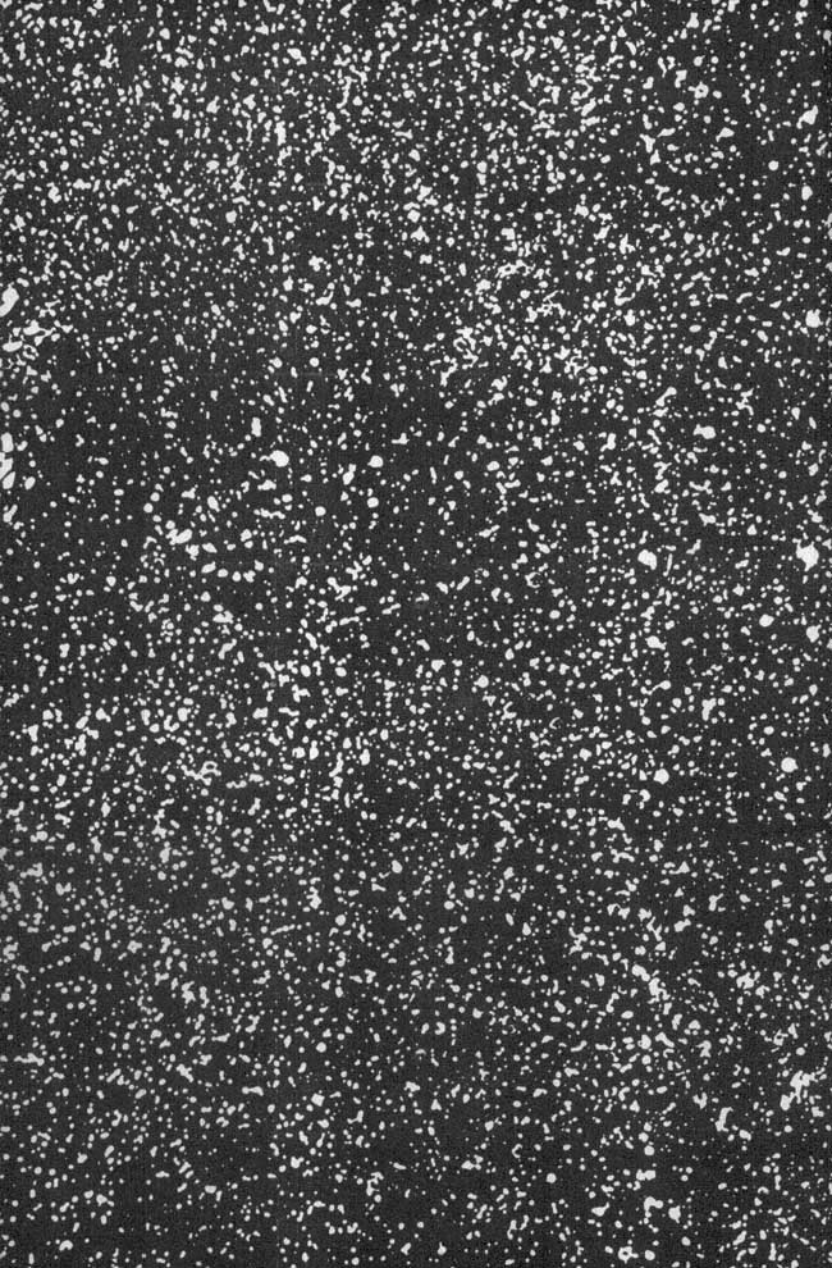
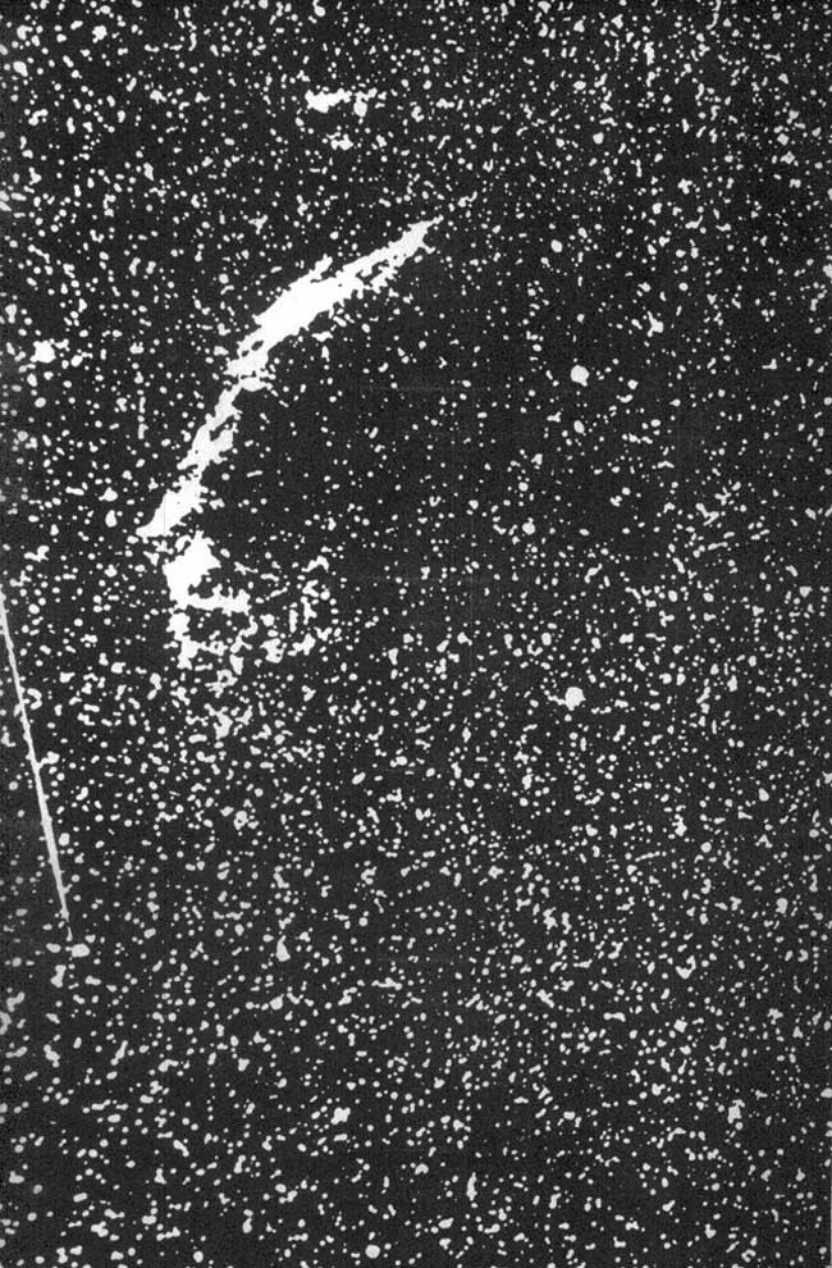
P.I.Bakulin, E.V.Kononóvich, V.I.Moroz

CURSO DE ASTRONOMÍA GENERAL





CURSO DE ASTRONOMÍA GENERAL

П. И. Бакулин, Э. В. Кононович, В. И. Мороз

КУРС ОБЩЕЙ АСТРОНОМИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА

P.I. Bakulin, E.V. Kononovich, V.I. Moroz

CURSO DE ASTRONOMÍA GENERAL

EDITORIAL MIR MOSCÚ

Traducido del ruso por el ingeniero
Virgilio Llanos Mas

Impreso en la URSS

На испанском языке

© Издательство "Наука", 1983
© traducción al español, editorial Mir. 1987

ÍNDICE

Prefacio a la edición española 9

Introducción 10

§ 1. Objeto y tareas de la astronomía (10). § 2. Subdivisión de la astronomía (11). § 3. Aparición y etapas fundamentales en el desarrollo de la astronomía (12). § 4. Importancia práctica e ideológica de la astronomía (14). § 5. Base y fuente de las investigaciones astronómicas (15). § 6. Breve descripción de la estructura del Universo (16).

Capítulo 1. **Conocimientos fundamentales de la astronomía esférica** 20

§ 7. Posiciones aparentes de los astros. Constelaciones (20). § 8. Movimientos visibles de las estrellas, del Sol, de la Luna y de otros planetas (21). § 9. Coordenadas geográficas (23). § 10. La esfera celeste (26). § 11. Sistemas horizontal y ecuatoriales de coordenadas celestes (28). § 12. Dependencia entre la altura del polo celeste y la latitud geográfica del lugar de observación (31). § 13. Fenómenos vinculados con la rotación diurna de la esfera celeste (32). § 14. Variación de las coordenadas de los astros durante el movimiento diurno (35). § 15. Ecliptica. Sistema de coordenadas ecliptícas (37). § 16. Variación de las coordenadas ecuatoriales del Sol (38). § 17. Movimiento diurno del Sol en las distintas latitudes (40). § 18. Principios de la medición del tiempo (42). § 19. Días sidéreos. Tiempo sidéreo (43). § 20. Días solares verdaderos. Tiempo solar verdadero (45). § 21. Días solares medios. Tiempo solar medio (46). § 22. Ecuación de tiempo (47). § 23. Relación entre el tiempo solar medio y el tiempo sidéreo (49). § 24. Sistemas de cómputo del tiempo (51). § 25. El calendario (54). § 26. Días julianos (57). § 27. Línea de fecha (58). § 28. Triángulo esférico y fórmulas fundamentales de la trigonometría esférica (58). § 29. Triángulo paralíctico y transformación de coordenadas (62). § 30. Refracción (64). § 31. Paralaje diurna (66). § 32. Cálculo de los momentos de tiempo y de los acimutes de salida y puesta de los astros (67). § 33. Crepúsculo. Noches blancas (69).

Capítulo 2. **Movimientos aparentes y verdaderos de los planetas** 72

§ 34. Movimientos aparentes de los planetas en el fondo de las estrellas (72). § 35. El sistema del mundo de Ptolomeo (74). § 36. El sistema del mundo de Copérnico (76). § 37. Explicación de las configuraciones y de los movimientos aparentes de los planetas (77). § 38. Períodos de rotaciones sinódicas y sidéreas de los planetas (79). § 39. El espíritu revolucionario de la teoría de Copérnico (80). § 40. Las leyes de Kepler (81). § 41. Elementos de las órbitas de los planetas. Problemas fundamentales de la astronomía teórica (83). § 42. Leyes fundamentales de la mecá-

nica (86). § 43. Ley de la gravitación universal de Newton (87). § 44. Dependencia entre la fuerza de atracción y la masa, y forma de los cuerpos que se atraen (88). § 45. Identidad de la fuerza de atracción y de la fuerza de gravedad (89). § 46. Variación de la fuerza de gravedad en la superficie de la Tierra (90). § 47. Naturaleza de la gravitación y su papel en la astronomía (91). § 48. Movimiento del punto material bajo la acción de la fuerza gravitacional (problema de dos cuerpos) (92). § 49. Primera ley (generalizada) de Kepler (94). § 50. Segunda ley de Kepler (95). § 51. Tercera ley (precisada) de Kepler (96). § 52. Concepto sobre el movimiento perturbado (97). § 53. Concepto sobre la fuerza perturbadora (98). § 54. La fuerza que perturba el movimiento de la Luna (99). § 55. Mareas de flujo y reflujo (101). § 56. El problema de los tres y más cuerpos (104). § 57. El descubrimiento de Neptuno (106). § 58. Determinación de las masas de los cuerpos celestes (106). § 59. Movimiento de los satélites artificiales de la Tierra (109). § 60. Movimiento de los aparatos cósmicos (113).

Capítulo 3. **Determinación de las dimensiones, forma de los cuerpos celestes y distancias hasta ellos** 117

§ 61. Determinación del radio de la Tierra. Triangulación (117). § 62. Dimensiones y forma de la Tierra (119). § 63. Determinación de las distancias hasta los cuerpos celestes (120). § 64. Unidades de las distancias en la astronomía (122). § 65. Determinación de las paralajes diurna y anual por las observaciones (122). § 66. Determinación de la unidad astronómica (paralaje del Sol) (124). § 67. Determinación de las dimensiones y forma de los astros (126). § 68. Estructura del Sistema Solar (127).

Capítulo 4. **Movimientos de la Tierra** 129

§ 69. Movimiento de la Tierra alrededor del Sol (129). § 70. Sucesiones de las estaciones del año en la Tierra (132). § 71. Rotación de la Tierra alrededor de su eje (133). § 72. Movimientos de precesión y nutación del eje terrestre (136). § 73. Consecuencias del movimiento de precesión del eje terrestre (138). § 74. Movimiento de los polos de la Tierra por la superficie (140). § 75. Irregularidad de la rotación de la Tierra. Tiempo de efemérides. Tiempo atómico (141).

Capítulo 5. **Movimientos de la Luna. Eclipses** 144

§ 76. Órbita de la Luna y sus perturbaciones (144). § 77. Movimiento aparente y fases de la Luna (145). § 78. Períodos de revolución de la Luna (147). § 79. Rotación y libración de la Luna (148). § 80. Ocultación de los astros por la Luna. Eclipses solares (150). § 81. Eclipses de Luna (152). § 82. Condiciones del comienzo de los eclipses de Sol y de Luna (153). § 83. Saros (155).

Capítulo 6. **Problemas principales e instrumentos de la astronomía práctica y de la astrometría fundamental** 157

§ 84. Problemas de la astronomía práctica (157). § 85. Determinación del tiempo y de la longitud geográfica λ (158). § 86. Determinación de la latitud geográfica φ y de la corrección u de reloj (160). § 87. Determinación conjunta de las coordenadas geográficas φ y λ (162). § 88. Determinación del acimut de un objeto terrestre (164). § 89. Problemas de la astrometría fundamental (165). § 90. Métodos absolutos y relativos de determinación de las coordenadas ecuatoriales (α y δ) (166). § 91. Movimientos propios de las estrellas (169). § 92. Astrometría fotográfica (171). § 93. Catálogos astronómicos y mapas celestes (172). § 94. Instrumentos goniométricos. Anteojo astronómico (173). § 95. Instrumento universal (175). § 96. Sextante (178). § 97. Círculo meridiano e instrumento de pasaje (180). § 98. Telescopio cenital, astrolabio

prismático, anteojo cenital fotográfico (183). § 99. Relojes astronómicos y cronómetros (187). § 100. Nuevos métodos de la astrometría (192).

Capítulo 7. **Fundamentos de la astrofísica** 197

§ 101 Objetivos y partes principales de la astrofísica (197). § 102. La radiación electromagnética, investigada en la astrofísica (198). § 103. Concepto de astrofotometría (201). § 104 Algunas nociones sobre física molecular (207). § 105. Debilitamiento de la luz al pasar a través de una sustancia (211). § 106. Propiedades de la radiación y fundamentos del análisis espectral (214). § 107. Corrimiento Doppler de las rayas espectrales (224). § 108. Métodos de determinación de la temperatura (228). § 109 Determinación de la composición química y densidad de los cuerpos celestes (232).

Capítulo 8. **Aparatos astrofísicos y métodos fundamentales de observación** . . 236

§ 110. Telescopios (236). § 111 El ojo como receptor de la radiación (253). § 112. Astrofotografía (254). § 113. Receptores fotoeléctricos de la radiación (258). § 114 Aparatos espectrales (263). § 115. Investigaciones astrofísicas desde aeróstatos, aviones y aparatos cósmicos. Concepto sobre los métodos de radiolocalización (268).

Capítulo 9. **El Sol** 273

§ 116. Nociones generales del Sol (273). § 117. Espectro y composición química del Sol (275). § 118. La constante solar y su medición (279). § 119. Temperatura de las capas exteriores del Sol (281). § 120. Estructura interna del Sol (282). § 121 Fotosfera (289). § 122. Granulación y zona convectiva (293). § 123. Capas exteriores de la atmósfera solar (295). § 124. La cromosfera (296). § 125. La corona (298). § 126. Radioemisión del Sol tranquilo (303). § 127. Formaciones activas en la atmósfera solar (304). § 128. Ciclo de actividad solar (314).

Capítulo 10. **El Sistema Solar** 317

§ 129. Nociones generales (317). § 130. Envolturas planetarias. Diferenciación de las entrañas (321). § 131. La superficie de los planetas y de los satélites (324). § 132. Atmósferas (328). § 133. Radiación de los planetas Clima (334). § 134. Los planetas y el viento solar. La magnetosfera. Relación entre los fenómenos ocurridos en el Sol y en los planetas (338). § 135. Mercurio (342). § 136. Venus (345). § 137. La Tierra como planeta (351). § 138. La Luna (357). § 139. Marte (365). § 140. Los planetas gigantes (370). § 141. Sistema Plutón-Jarón. Satélites de los planetas gigantes. Anillos (378). § 142. Los planetas pequeños (383). § 143. Los cometas. Materia de polvo en el espacio interestelar. Meteoros (386). § 144. Los meteoritos (391).

Capítulo 11. **Las estrellas** 396

1. Estrellas normales 396

§ 145. Espectros de las estrellas normales y clasificación espectral (396). § 146. Fundamentos de la colorimetría (399). § 147. Magnitud estelar absoluta y luminosidad de las estrellas (402). § 148. Diagrama espectro-luminosidad (405). § 149. Concepto de escala de temperaturas estelares (409) § 150. Métodos de determinación de las dimensiones de las estrellas (410). § 151. La dependencia radio-luminosidad-masa (411). § 152. Condiciones físicas en las entrañas y estructura de las estrellas (414) § 153. Atmósferas y estructura general de las estrellas (419).

2. Nebulosas planetarias 422

3. Estrellas binarias o dobles 424
§ 154. Caracteristicas generales de los sistemas binarios (424). § 155. Estrellas binarias visuales (426). § 156. Estrellas variables a eclipse (428). § 157. Estrellas binarias espectrales (431).

4. Estrellas variables físicas 434
§ 158. Variables pulsátiles (435). § 159. Variables eruptivas, pulsares y estrellas neutrónicas (442). § 160. Fuentes de radiación X (450).

Capítulo 12. **Nuestra Galaxia** 455
§ 161. Objetos pertenecientes a nuestra Galaxia (455). § 162. Determinación de las distancias hasta las estrellas (457). § 163. Distribución de las estrellas en la Galaxia (458). § 164. Cúmulos estelares (462). § 165. Velocidades espaciales de las estrellas y movimiento del Sistema Solar (466). § 166. Rotación de la Galaxia (468). § 167. Polvo interestelar (470). § 168. El gas interestelar (477). § 169. Rayos cósmicos, corona galáctica y campo magnético de la Galaxia (485). § 170. Estructura general de la Galaxia (489).

Capítulo 13. **Astronomía extragaláctica** 494
§ 171. Tipos de galaxias y su estructura (494). § 172. Determinación de las distancias hasta las galaxias (500). § 173. Composición y propiedades físicas de las galaxias (503). § 174. La actividad de los núcleos de las galaxias y los quasares (508). § 175. Distribución espacial de las galaxias (512).

Capítulo 14. **Origen y evolución de los cuerpos celestes** 515
§ 176. Problemas cosmogónicos (515). § 177. Origen y evolución de las estrellas (515). § 178. Respecto a la evolución de las galaxias (525). § 179. Origen de los planetas. Hipótesis de Kant, Laplace y Jeans (527). § 180. Nociones modernas respecto al origen y evolución temprana del Sistema Solar (529).

Capítulo 15. **Fundamentos de la cosmología** 533
§ 181. Principio cosmológico (533). § 182. Modelo del Universo homogéneo isótropo, basado en las leyes de Newton (535). § 183. Cosmología relativista (538). § 184. Modelo del Universo "caliente" (540).

Anexos 546

Bibliografía 551

Índice alfabético 553

PREFACIO A LA EDICIÓN ESPAÑOLA

Cayó en el olvido aquel tiempo en el que la astronomía era patrimonio exclusivo de filósofos y sacerdotes. Ya hace mucho que a los ignorantes no les parece que ésta es una ciencia árida, divorciada de la vida. Incluso la pasión por ella, ya no obedece tanto al romanticismo del tema. Ahora, a casi todos les resulta evidente que un mínimo determinado de conocimientos astronómicos es imprescindible para sentirse suficientemente instruído, a fin de participar en la vida de la sociedad contemporánea.

No se exceptúa que nosotros, los habitantes del minúsculo planeta Tierra, conjuntamente con nuestro Sol situado en cierto lugar de la extremidad de la Galaxia, seamos los representantes de un fenómeno único en el Universo. Sin embargo, en lugar de tener en cuenta este hecho y tomar conciencia de su puesto en el cosmos infinito, los seres humanos, desgraciadamente, van por el camino de la creación de un peligro para la propia existencia de nuestra civilización. Precisamente por esto, para aquellos que quieren salvar a la humanidad y defender la paz, la astronomía se convierte en una necesidad práctica y espiritual.

Los autores del "Curso general de astronomía" esperan que su libro de texto, que en ruso lleva cinco ediciones, sea acogido benévolamente por los lectores de los países de habla española. Esperan también que el libro sea útil para el estudio de una ciencia, contenedora de tanto romanticismo y humanismo, como es la astronomía.

Esta obra está sobre todo destinada a los estudiantes universitarios. No obstante, también puede ser útil a los futuros maestros y aficionados a la astronomía, así como estudiantes de escuelas de enseñanza media, empleándolo en calidad de manual especial.

A uno de los autores le gustaba repetir: "Tome mis libros, en ellos está todo dicho". En este libro de texto los autores procuraron reflejar lo principal de la astronomía moderna.

¡Tomen ustedes su libro, en él está todo dicho!

Los autores

INTRODUCCIÓN

§ 1. *Objeto y tareas de la astronomía*

La astronomía es la ciencia que trata del Universo y que estudia el movimiento, estructura, origen y desarrollo de los cuerpos celestes y de sus sistemas.

La astronomía estudia el Sol y las estrellas, los planetas y sus satélites, los cometas y cuerpos meteóricos, las nebulosas, los sistemas estelares y la materia que ocupa el espacio interestelar e interplanetario, cualquiera que sea el estado en que se encuentre esta materia.

Al estudiar la estructura y desarrollo de los cuerpos celestes, su posición y movimiento en el espacio, la astronomía, en resumidas cuentas, nos da una noción de la estructura y desarrollo del Universo en su conjunto. La palabra "astronomía" procede de dos vocablos griegos: "*astron*", estrella, astro, y "*nomos*", ley.

Al estudiar los cuerpos celestes la astronomía se plantea tres tareas fundamentales, que requieren una solución consecuente:

1. El estudio de las posiciones y movimientos *aparentes*, y después *reales*, de los cuerpos celestes en el espacio, la determinación de sus dimensiones y forma.

2. El estudio de la estructura física de los cuerpos celestes, es decir, la investigación de la composición química y condiciones físicas (densidad, temperatura, etc.) en la superficie y en las entrañas de los cuerpos celestes.

3. La resolución de los problemas del origen y desarrollo, es decir, el posible destino ulterior de algunos cuerpos celestes y de sus sistemas.

Las cuestiones de la primera tarea se resuelven mediante largas observaciones, iniciadas ya en tiempos remotísimos, y también basándose en las leyes de la mecánica, que se conocen desde hace unos 300 años. Por ello, en esta rama de la astronomía, disponemos de una información más rica, particularmente para los cuerpos celestes relativamente cercanos a la Tierra.

Respecto a la estructura física de los cuerpos celestes sabemos mucho menos. La resolución de algunas cuestiones, pertenecientes al segundo problema, por primera vez se hicieron posibles hace un poco más de un siglo y la de los problemas fundamentales, solamente en los últimos años

La tercera tarea es más complicada que las dos anteriores. Para la resolución de sus cuestiones el material de observación acumulado es por ahora muy insuficiente, y nuestros conocimientos en esta rama de la astronomía se limitan solamente a consideraciones generales y a una serie de hipótesis más o menos verosímiles.

§ 2. *Subdivisión de la astronomía*

Como vemos, el objeto de estudio de la astronomía es una multitud de objetos muy diversos y de los sistemas que éstos forman, incluyendo todo el Universo en su conjunto. Son también extraordinariamente variados los métodos de las investigaciones, que incluyen tanto numerosos enfoques teóricos como procedimientos experimentales de todo género para registrar y medir la radiación cósmica, que es la principal fuente de información en la astronomía. La diversidad de objetos y métodos conduce a una multiplicidad de partes (ramas) y direcciones particulares en la astronomía. No obstante, esto no quebranta la integridad de la astronomía como ciencia, en la que todas sus partes se someten a un objetivo único de las investigaciones. Según el carácter de la información utilizada se deben señalar tres ramas fundamentales: *la astrometría, la mecánica celeste y la astrofísica*.

La astrometría estudia la posición de los cuerpos celestes y la rotación de la Tierra apoyándose en los métodos teóricos y prácticos de medición de los ángulos en el cielo, para lo que se organizan observaciones de posición de los astros. La astrometría tiene dos objetivos importantes: 1) el establecimiento de los sistemas de coordenadas celestes y, 2) la obtención de los parámetros que caracterizan en mayor grado las regularidades de la rotación de la Tierra.

La mecánica celeste estudia el movimiento de los astros bajo la acción de la gravitación, elabora métodos de determinación de sus trayectorias basándose en las posiciones que se observan en el cielo, permite calcular las tablas de sus coordenadas para un tiempo ulterior (*efemérides*), estudia la influencia recíproca de los cuerpos sobre su movimiento, examina el movimiento y la estabilidad de los sistemas de cuerpos celestes y artificiales. Como vemos, la mecánica celeste se basa completamente en los datos de la astrometría y está muy ligada a ella.

La astrofísica estudia el origen (*cosmogonía*), la estructura, composición física, las propiedades físicas y la evolución, tanto de astros individuales como de los sistemas de éstos, incluyendo todo el Universo en su conjunto (*cosmología*). De este modo, el objeto de la astrofísica es extraordinariamente diverso y amplio. Al mismo tiempo, en sus investigaciones la astrofísica recurre constantemente a las deducciones y métodos de la astrometría y de la mecánica celeste, por lo tanto, las tres partes esenciales de la astronomía están estrechamente interrelacionadas. La astrofísica comprende un gran número de subdivisiones prácticas en las que se estudian y utilizan distintos métodos de observaciones y análisis de la radiación cósmica electromagnética, y también una serie de subdivisiones teóricas, basadas en

la aplicación de los métodos de la física y de la matemática (ciencias que los astrónomos deben necesariamente conocer) a los resultados de las observaciones.

La investigación de objetos tan complicados como la Galaxia y otros sistemas estelares, que requieren un aprovechamiento activo de los métodos de las tres partes enumeradas de la astronomía, a veces se reune en la denominada *astronomía estelar*. Sin embargo, últimamente esta parte se aproxima cada vez más y más a la astrofísica, análogamente al proceso vigente de convergencia de la astrometría con la mecánica celeste.

El curso de *astronomía general* contiene una formulación sistemática de los conocimientos referentes a los métodos fundamentales y resultados principales, obtenidos por las distintas partes de la astronomía.

§ 3. *Aparición y etapas fundamentales en el desarrollo de la astronomía*

La astronomía es una de las ciencias más antiguas. Las primeras anotaciones de las observaciones astronómicas de autenticidad es indudable, datan del siglo VIII a. de n.e. Sin embargo, se sabe que 3000 años a. de n.e los sacerdotes egipcios advirtieron que las crecidas del Nilo, que regulaban la vida económica del país, comenzaban poco tiempo después de que, antes de la salida del Sol, apareciera en el oriente la estrella de mayor brillo, Sirio, después de permanecer casi dos meses ocultada por los rayos solares. A partir de estas observaciones los sacerdotes egipcios calcularon con bastante precisión la duración del año tropical.

En la Antigua China, 2000 años a. de n.e., los movimientos aparentes del Sol y de la Luna estaban ya tan bien estudiados, que los astrónomos chinos podían pronosticar el comienzo de los eclipses de ambos.

La astronomía, al igual que las demás ciencias, surgió de las necesidades prácticas del hombre. Las tribus nómadas de la sociedad primitiva tenían que orientarse en su vida errante, y aprendieron a hacerlo por el Sol, la Luna y las estrellas. El agricultor primitivo, durante los trabajos de campo, tenía que calcular el comienzo de las distintas estaciones del año, y advirtió que el cambio de estaciones está ligado con la altura del Sol a mediodía, con la aparición en el cielo nocturno de determinadas estrellas. El desarrollo ulterior de la sociedad humana suscitó la necesidad de medir el tiempo y establecer un sistema cronológico (confección de calendarios).

Todo esto lo podían proporcionar y proporcionaban las observaciones del movimiento de los cuerpos celestes, que al principio se efectuaban sin instrumento alguno y no eran muy precisas, pero que satisfacían suficientemente las necesidades prácticas de aquel tiempo. De estas observaciones surgió precisamente da ciencia que trata de los cuerpos celestes: la astronomía.

Con el desarrollo de la sociedad humana a la astronomía se le planteaban nuevos y nuevos problemas cuyas resoluciones requerían procedimientos más perfectos de las observaciones y métodos más exactos de

cálculo. Poco a poco se crearon instrumentos astronómicos simplísimos y se elaboraron métodos matemáticos de interpretación de las observaciones.

En la Antigua Grecia la astronomía ya era una de las ciencias más desarrolladas. Para explicar los movimientos perceptibles de los planetas los astrónomos griegos, el más eminente de los cuales fue Hiparco de Nicea (siglo II a. de n.e.), crearon la teoría geométrica de los epiciclos, que fue la base del sistema geocéntrico del mundo elaborado por Claudio Ptolomeo (siglo II a. de n.e.). Pese a ser un principio erróneo, el sistema de Ptolomeo permitía no obstante calcular con anticipación las posiciones aproximadas de los planetas en el cielo y por esto, en cierto grado, satisfizo las necesidades prácticas en el transcurso de varios siglos.

Con el sistema del mundo de Ptolomeo acaba la etapa del desarrollo de la astronomía griega antigua.

El desarrollo del feudalismo y la divulgación de la religión cristiana trajeron consigo un estancamiento considerable de las ciencias naturales, y el desarrollo de la astronomía en Europa quedó interrumpido durante muchos siglos. En la época del tenebroso medioevo los astrónomos se preocupaban solamente de las observaciones de los movimientos aparentes de los planetas y de la coordinación de estas observaciones con el admitido sistema geocéntrico de Ptolomeo.

En este período la astronomía solamente obtuvo un desarrollo racional entre los árabes y pueblos de Asia Central y del Cáucaso, en los trabajos de los eminentes astrónomos de aquel tiempo Albatenio (años 850–929), Biruni (973–1048), Ulug Beg (1394–1449) y otros.

En el período del nacimiento y proceso de formación del capitalismo en Europa, que sustituyó a la sociedad feudal, comenzó el desarrollo ulterior de la astronomía, que fue particularmente rápido en la época de los grandes descubrimientos geográficos (siglos XV–XVI). La nueva clase naciente de la burguesía estaba interesada en la explotación de nuevos territorios y equipaba numerosas expediciones para el descubrimiento de las mismas. Pero los largos viajes a través del océano exigían métodos de orientación y de cálculo del tiempo más exactos y más simples que aquellos que podía asegurar el sistema de Ptolomeo. El desarrollo del comercio y de la navegación requerían insistentemente el perfeccionamiento de los conocimientos astronómicos y, en particular, de la teoría del movimiento de los planetas.

El desarrollo de las fuerzas productivas y las exigencias de la práctica, por un lado, y el material de observación acumulado, por otro, crearon las condiciones para una revolución en la astronomía, que precisamente realizó el gran sabio polaco Nicolás Copérnico (1473–1543) al elaborar su sistema heliocéntrico del mundo, publicado en el año de su muerte.

La teoría de Copérnico fue el comienzo de una nueva etapa en el desarrollo de la astronomía. En los años 1609–1618 fueron descubiertas por Kepler las leyes del movimiento de los planetas, y en 1687 Newton publicó la ley de la gravitación universal.

La nueva astronomia obtuvo la posibilidad de estudiar no sólo los movimientos aparentes de los cuerpos celestes, sino también los reales. Los numerosos y brillantes éxitos de la astronomia en esta rama coronaron a mediados del siglo XIX con el descubrimiento del planeta Neptuno, y en nuestros días con el cálculo de las órbitas de los cuerpos celestes artificiales.

Hace relativamente poco comenzó la etapa siguiente, muy importante en el desarrollo de la astronomia, cuando a mediados del siglo XIX surgió el análisis espectral y comenzó a emplearse la fotografia. Estos métodos dieron posibilidad a los astrónomos de comenzar el estudio de la naturaleza física de los cuerpos celestes y ampliar considerablemente los límites del espacio a investigar. Surgió la astrofisica, que obtuvo un desarrollo particularmente importante en el siglo XX y que prosigue en nuestros dias su incremento rápido. En los años 40 del siglo XX comenzó a desarrollarse la radioastronomia, y en 1957 se dio comienzo a métodos de investigación cualitativamente nuevos, basados en el empleo de cuerpos celestes artificiales, hecho que en lo sucesivo condujo al surgimiento de nuevas ramas de la astrofisica: *Röntgen-astronomia, Gamma-astronomia* y *Neutrino-astronomia*.

Es difícil sobreestimar la importancia de estos alcances de la astronomia. El lanzamiento de satélites artificiales de la Tierra (1957, URSS), de estaciones cósmicas (1959, URSS), los primeros vuelos del hombre al cosmos (1961, URSS), el primer descenso de seres humanos en la Luna (1969, EE. UU.), son acontecimientos que marcan una época para toda la humanidad. A estos logros les sucedieron el envío de suelo lunar a la Tierra, el descenso de los aparatos lanzados en las superficies de Venus y Marte, el envío de estaciones automáticas interplanetarias hacia los planetas más lejanos del Sistema Solar.

En los correspondientes capítulos del curso se trata de algunos alcances, los más importantes, de la astronomia contemporánea.

§ 4. *Importancia práctica e ideológica de la astronomía*

La astronomia y sus métodos tienen gran importancia en la vida de la sociedad contemporánea. Los problemas ligados a la medición del tiempo y al suministro a la humanidad del conocimiento del tiempo exacto ahora se resuelven en laboratorios especiales: en los *servicios del tiempo*, organizados, como regla, en las instituciones astronómicas.

Los métodos astronómicos de orientación, a la par de otros, se emplean como antes ampliamente en la navegación y en la aviación y, últimamente, también en la cosmonáutica. El cálculo y composición del calendario, que ampliamente se utiliza en la economia nacional, también se basan en los conocimientos astronómicos.

El levantamiento de mapas geográficos y topográficos, el cálculo previo del comienzo de los flujos y reflujos de las mareas, la determinación de la fuerza de la gravedad en los distintos puntos de la superficie terrestre con el fin de descubrir los yacimientos de minerales útiles, todo esto, en su base, tiene métodos astronómicos.

Las investigaciones de los procesos que transcurren en los diferentes cuerpos celestes permiten a los astrónomos estudiar la materia en estados todavía no logrados en condiciones terrestres. Por esto la astronomía y, en particular, la astrofísica, que tiene vínculos estrechos con la física, química y las matemáticas, contribuye al desarrollo de estas tres ciencias, que, como es sabido, son la base de toda la técnica moderna. Es suficiente recordar que la cuestión respecto al papel de la energía intraatómica fue planteada por primera vez por los astrofísicos, y el alcance más importante de la técnica contemporánea, la creación de los cuerpos celestes artificiales (satélites artificiales, estaciones y aparatos cósmicos) sería inconcebible sin los conocimientos astronómicos

La astronomía tiene importancia exclusiva en la lucha contra el idealismo, la religión, la mística y la superstición. Su papel en la formación de una concepción correcta dialéctico-materialista del mundo es enorme, puesto que precisamente la astronomía determina la posición de la Tierra y, conjuntamente con ella, la del ser humano en el mundo que nos rodea, en el Universo.

Las propias observaciones de los fenómenos celestes no nos dan fundamento para revelar directamente sus causas verdaderas. Si no existen conocimientos científicos esto conduce a una explicación incorrecta de las observaciones, a supersticiones, a la mística, a la deificación de los propios fenómenos y de algunos cuerpos celestes. Así, por ejemplo, en la antigüedad, el Sol, la Luna y los planetas se consideraban divinidades, y eran adorados. Todas las religiones y concepciones del mundo se basaban en la idea de la posición central de la Tierra y de su inmovilidad. En las personas muchas supersticiones estaban ligadas (y hasta ahora no se han liberado de ellas) con los eclipses de Sol y de Luna, con la aparición de cometas, con los fenómenos de meteoros y bólidos, con la caída de meteoritos, etc. Así, por ejemplo, se consideraba que los cometas eran mensajeros de los desastres que ocurrían con la humanidad en la Tierra (incendios, epidemias, guerras), los meteoros se tomaban por almas de seres muertos, que volaban al cielo, etc

La astronomía, al estudiar los fenómenos celestes, así como al investigar la naturaleza, estructura y desarrollo de los cuerpos celestes, demuestra la materialidad del Universo, su desarrollo natural y normal en el tiempo y en el espacio, sin la intervención de ninguna fuerza sobrenatural.

La historia de la astronomía demuestra que ésta era y sigue siendo la arena de una lucha encarnizada entre las concepciones materialista e idealista del mundo. Ahora la disputa entre las filosofías materialista e idealista transcurre en la esfera de problemas más complejos, de cuestiones más complicadas. Esta lucha concierne a los puntos de vista fundamentales respecto a la estructura de la materia y del Universo, respecto al surgimiento, desarrollo y destino, tanto de algunas partes como de todo el Universo en su conjunto

§ 5. *Base y fuente de las investigaciones astronómicas*

La base de la *astronomía* son las observaciones. Éstas nos proporcionan los hechos fundamentales que permiten interpretar uno u otro fenómeno astronómico. La cosa reside en que para la explicación de muchos fenómenos astronómicos se requieren minuciosas mediciones y cálculos que ayudan a aclarar las circunstancias reales, verdaderas que provocaron estos fenómenos. Así, por ejemplo, a primera vista pareciera que todos los cuerpos celestes se encuentran a una misma distancia de la Tierra, que ésta es inmóvil y se encuentra en el centro del Universo, que todos los astros giran alrededor de la Tierra, que las dimensiones del Sol y de la Luna son iguales, etc. Solamente las mediciones minuciosas y el profundo análisis de las mismas ayudan a renunciar a estas falsas nociones.

La fuente fundamental de los conocimientos respecto a los cuerpos celestes son las ondas electromagnéticas, irradiadas o reflejadas por estos cuerpos. La determinación de las direcciones por las que las ondas electromagnéticas alcanzan la Tierra permite estudiar las posiciones visibles y el movimiento de los cuerpos celestes. El análisis espectral de la radiación electromagnética crea la posibilidad de juzgar respecto al estado físico de los cuerpos.

También es una particularidad de las investigaciones astronómicas el hecho de que, excepto en el Sistema Solar, los astrónomos no tenían posibilidad de organizar una prueba o experimento (excepto las investigaciones de los meteoritos que cayeron a la Tierra y las observaciones de localización por radar), y todas las observaciones astronómicas se realizaban solamente desde la superficie de la Tierra.

No obstante, con el lanzamiento en la URSS del primer satélite artificial de la Tierra en 1957, comenzó la era de las investigaciones cósmicas, que permitió utilizar en la astronomía los métodos de otras ciencias (geología, geoquímica, biología, etc.). La astronomía sigue siendo una ciencia observadora, pero ahora sus posibilidades se han ampliado extraordinariamente debido a que es factible colocar aparatos para las observaciones especiales en los satélites artificiales de la Tierra, en las estaciones automáticas interplanetarias, en los observatorios orbitales y en otros ingenios cósmicos.

§ 6. *Breve descripción de la estructura del Universo*

En muchos siglos de su desarrollo la astronomía acumuló una cantidad colosal de datos, que permite elaborar determinadas nociones respecto a la estructura del mundo que nos rodea. Muchísimos y muy variados objetos se pueden observar desde la Tierra. La zona del espacio que éstos ocupan se denomina *Metagalaxia*. Los objetos cercanos (el Sol, la Luna, los planetas), como regla, resultan ser también los más brillantes en nuestro cielo. Dichos objetos, junto con un verdadero enjambre de pequeñas partículas sólidas y de gas enrarecido forman nuestro *Sistema Solar* planetario. El Sol está

situado en el centro del sistema y, con la fuerza de su atracción, "dirige" el movimiento de los demás cuerpos, haciéndolos girar a su alrededor por distintas órbitas que se aproximan a cierto plano común y que frecuentemente no se diferencian mucho de las órbitas circulares.

El Sol es la principal fuente de energía de nuestro sistema planetario y el centro de casi toda la masa de éste. En el Universo la mayor parte de la materia también está concentrada en cuerpos gaseosos autoluminosos semejantes al Sol: las estrellas. En estas últimas transcurre continuamente uno de los procesos más importantes de la naturaleza: la formación de distintos elementos químicos como resultado de las reacciones termonucleares. Estas reacciones son la fuente inagotable de energía estelar. En resumen, gracias a las estrellas, nuestro mundo posee una rica diversidad de materia.

En el Universo las estrellas tienen tendencia a formar una jerarquía de sistemas de diferentes magnitudes. El eslabón esencial en esta jerarquía son los enormes sistemas de centenares de miles de millones de estrellas, denominados *galaxias*. Una parte pequeña de la masa de las galaxias pertenece al gas enrarecido y al polvo, que cubren el espacio entre las estrellas.

Casi todos los objetos que se observan en el cielo a simple vista pertenecen a nuestro sistema estelar: a la *Galaxia*. Las galaxias restantes se muestran como pequeñas manchas nebulosas casi imperceptibles. El número total de éstas en la Metagalaxia debe alcanzar muchos miles de millones. Dichas galaxias, al igual que las estrellas, forman sistemas más amplios, los denominados *conglomerados de galaxias*, con centenares y miles de miembros. Hay razones para suponer que estos conglomerados son los objetos más grandes del Universo. En escalas aún mayores se nota la tendencia de los conglomerados de galaxias a situarse a lo largo de los límites de ciertas celdas enormes, parecidas a las de los panales de colmenas de abejas. Dentro de los límites de las galaxias la materia está dictribuida muy irregularmente. Las estrellas son objetos muy compactos y las distancias medias entre ellas superan en decenas de millones de veces sus dimensiones. En los límites de los conglomerados de galaxias, en los que las distancias entre sus miembros son conmensurables con sus dimensiones, la materia está distribuida mucho más uniformemente. Aún más uniformemente, al parecer, está distribuida la materia en la escala de toda la Metagalaxia. En la astronomía se investiga cómo influye esta distribución de la materia sobre las propiedades generales del espacio y tiempo de nuestro mundo.

Los métodos modernos de la astronomía permiten estudiar el Universo en una extensión de distancias enormes, cuyas magnitudes incluso son difíciles de imaginar. Desde los objetos más lejanos la luz, que se propaga a una velocidad de 300 000 km/s, se traslada hacia nosotros decenas de miles de millones de años, lo que resulta ser conmensurable con la edad de la mayoría de los objetos del Universo. De aquí se deduce que, al observar las galaxias lejanas, podemos echar una ojeada al pasado remoto de nuestro Universo y formarnos cierta idea sobre su evolución.

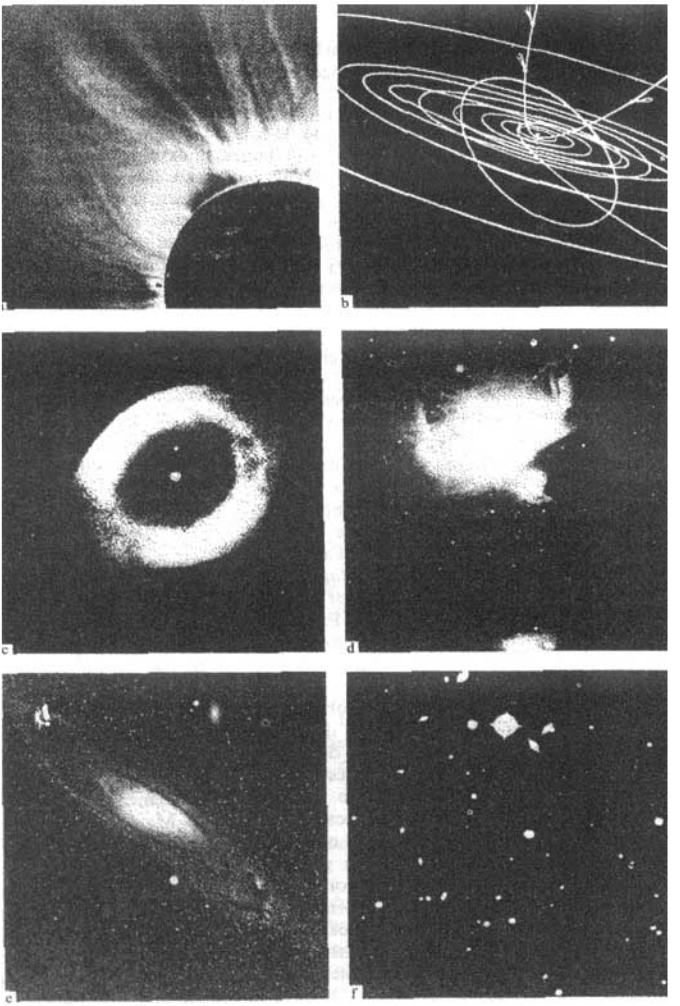


Fig. 1. Escalas espaciales del Universo (véase el texto).

Antes de comenzar el estudio consecuente de las distintas partes de la astronomía es muy provechoso examinar de paso qué es lo que se puede observar dentro de los límites de las diferentes escalas del mundo que nos rodea. En la fig. 1 se muestra una sucesión de distintos objetos del Universo, cuyas escalas forman una progresión geométrica: cada cuadrado o vista siguiente corresponde a un aumento de las dimensiones lineales de los objetos en 1000 veces.

Comencemos por la escala muy "modesta" de 100 mil kilómetros. En la "ventana" de semejante dimensión se puede "ver" el sistema de los dos cuerpos más conocido para nosotros: la Tierra y la Luna, que gira a su alrededor. Al cambiar la escala en 10 veces obtenemos una distancia de un millón de kilómetros. En semejante "ventana" veremos una parte considerable del Sol, una serie de formaciones interesantísimas en su atmósfera. Una "ventana" aún 10 veces mayor permite observar el Sol conjuntamente con su corona, que se extiende muy lejos (fig. 1, *a*). El cuadrado cuyo lado es de 100 millones de kilómetros abarcará al Sol conjuntamente con los planetas más cercanos a él: Mercurio y Venus. La Tierra apenas entrará en este cuadrado. El cuadrado cuyo lado es de mil millones de kilómetros (fig. 1, *b*) abarca enteramente las órbitas de todos los planetas hasta Marte y de muchos *planetas pequeños: los asteroides.* Cambiando la escala solamente en 10 veces más nos acercaremos a los límites del Sistema Solar y alcanzaremos las órbitas de Neptuno y Plutón. Las distancias entre las estrellas son tan grandes que solamente en escalas de centenares de billones de kilómetros podremos abarcar al Sol conjuntamente con las estrellas más cercanas a él, incluyendo el sistema α Centauro. Más adelante resulta incómodo usar los kilómetros. La escala 10^{13} corresponde casi exactamente *al año-luz*, es decir, al espacio que recorre la luz en un año, y aproximadamente 3 años-luz constituyen una unidad de longitud importante en la astronomía: el parsec (ps). La distancia hasta la estrella más cercana en el sistema de alfa Centauro es de 1,3 ps. La escala de un año-luz es conmensurable con la nebulosa gaseosa que surge alrededor de la estrella (fig. 1, *c*), y la distancia de centenares y miles de años-luz corresponde a los cúmulos estelares y a las grandes nebulosas de gas y polvo de las que, como regla, surgen estas estrellas (fig. 1, *d*). Más adelante, cuando las dimensiones de la "ventana" son de miles y millones de ps (kiloparsec, kps, y megaparsec, Mps), pasamos gradualmente a las unidades estructurales más importantes del Universo: a las galaxias (fig. 1, *e*) y a los grupos y conglomerados de galaxias (fig. 1, *f*).

1

CONOCIMIENTOS FUNDAMENTALES DE LA ASTRONOMÍA ESFÉRICA

§ 7. *Posiciones aparentes de los astros. Constelaciones*

Cualquiera que sea el punto de la superficie terrestre en que nos encontremos, siempre nos parece que todos los cuerpos celestes se encuentran a una misma distancia de nosotros, en la superficie interior de cierta esfera que, en el lenguaje popular, se llama *bóveda celeste*, firmamento, a simplemente *cielo*.

De día el cielo, si no está cubierto de nubes, es de color azul y en él vemos al astro celeste más brillante: el Sol. A veces, simultáneamente con el Sol, por el día se ve la Luna y, muy raramente, algunos otros cuerpos celestes como, por ejemplo, el planeta Venus.

En una noche despejada, en el cielo obscuro, vemos las estrellas, la Luna, los planetas, las nebulosas y, a veces, los cometas y otros cuerpos. La primera impresión de la observación del firmamento es la infinidad de estrellas y el desorden de la disposición de ellas en el cielo. En realidad la cantidad de estrellas que se ven a simple vista no es muy grande, solamente unas 6 mil en todo el cielo, y en una mitad de éste, que en el momento dado se ve desde cualquier punto de la superficie terrestre, no es mayor de 3 mil.

La disposición mutua de las estrellas en el cielo varía extraordinariamente despacio. Sin mediciones exactas, durante el transcurso de muchos centenares de años (y de muchos miles de años para la inmensa mayoría de las estrellas), no se pueden revelar variaciones visibles en la disposición de las estrellas en el cielo. Esta última circunstancia permite orientarse fácilmente entre miles de estrellas, a pesar de que la disposición de ellas parezca ser caótica.

Con el fin de orientarse en el cielo hace mucho que las estrellas brillantes fueron unificadas en grupos, denominados *constelaciones*. Las constelaciones se designaban con nombres de animales (*Osa Mayor, León, Dragón*, etc.), con los nombres de los héroes de la mitología griega (*Casiopea, Andrómeda, Perseo, etc.*), o simplemente con los nombres de aquellos objetos que recordaban las figuras que formaban los grupos de estrellas brillantes (*Corona Boreal, Triángulo, Sagitario, Balanza, etc.*)

Desde el siglo XVII las estrellas de cada constelación se empezaron a designar con las letras del alfabeto griego. Algo después se introdujo la designación numérica, que ahora se emplea fundamentalmente para las estrellas débiles. Además, las estrellas brillantes (cerca de 130) recibieron nombres propios. Por ejemplo: la α del Can Mayor se llama *Sirio*, la α del Cochero es *Capela*, la α de Lira es *Vega*, la α de Orión es *Betelgeuse*, la β de Orión es *Rigel*, la β de Perseo es Algol, etc. Estos nombres y designaciones de las estrellas se emplean también en la actualidad. No obstante, los límites de las constelaciones, trazados por los astrónomos antiguos y que representaban líneas sinuosas, fueron alterados en 1922, algunas constelaciones grandes fueron divididas en varias constelaciones independientes, mientras que por constelación se entiende no un grupo de estrellas brillantes, sino una región del cielo estelar. Ahora todo el cielo, convencionalmente, se divide en 88 regiones independientes: en constelaciones.

Las estrellas más brillantes de las constelaciones sirven de buenos puntos de referencia para encontrar en el cielo estrellas más débiles, u otros objetos celestes. Por esto es necesario aprender a encontrar de manera rápida y directa en el cielo una u otra constelación. Para ello es menester estudiar previamente la carta del cielo estelar y guardar en la memoria los contornos característicos, que las estrellas más brillantes forman en las constelaciones.

§ 8. *Movimientos visibles de las estrellas, del Sol, de la Luna y de otros planetas*

Si observamos el cielo estelar en una noche serena durante varias horas no es difícil advertir que la bóveda celeste gira levemente en su conjunto, con todos los astros que en ella se encuentran, alrededor de cierto eje imaginario que pasa a través del lugar de observación. Este movimiento de la bóveda celeste y de los astros se denomina *movimiento diario*, la vuelta entera se efectúa en un día. Como resultado del movimiento diario las estrellas y otros cuerpos celestes cambian continuamente su posición respecto a los lados del horizonte.

Si se observa el movimiento diario de las estrellas en el hemisferio boreal de la Tierra (pero no cerca de su polo), estando de cara hacia la parte austral del horizonte, éste transcurre de izquierda a derecha, es decir, "en el sentido de las agujas del reloj". En el lado oriental del horizonte (si este lado no se observa desde el polo de la Tierra) las estrellas ascienden, suben ante todo sobre la parte austral del horizonte, y se ponen en el lado occidental. Con esto cada estrella siempre sale en un mismo punto del lado oriental del horizonte y se pone siempre en un mismo punto del lado occidental. La altura máxima sobre el horizonte para cada estrella dada y para cada lugar de observación siempre es constante.

Si nos ponemos de cara hacia el lado boreal del horizonte las observaciones demostrarán que unas estrellas seguirán saliendo y poniéndose de la misma manera, mientras que otras describirán círculos cerrados sobre

el horizonte, girando alrededor de un punto común inmóvil. Este punto se denomina *polo celeste norte*.

La posición aproximada del polo celeste norte en el cielo se puede localizar por la posición de la estrellas más brillante en la constelación de la Osa Menor. En las cartas estelares esta estrella se designa con la letra α y, por su proximidad al polo celeste norte se llama *estrella Polar*. En la actualidad la distancia entre la estrella Polar y el polo celeste norte es menor de 1°.

El Sol y la Luna, al igual que las estrellas, salen en el lado oriental del horizonte, ascienden ante todo sobre el lado austral y se ponen en el lado occidental. Pero, al observar la salida y la puesta de estos astros, se puede notar que en los distintos días del año salen, a diferencia de las estrellas, en diferentes puntos del lado oriental del horizonte y se ponen también en diferentes puntos del lado occidental.

Así, a principios del invierno, el Sol sale en el sudeste y se pone en el sudoeste. Pero cada día los puntos de su salida y puesta se desplazan hacia el lado boreal del horizonte. Con ello cada día el Sol a mediodía asciende sobre el horizonte más y más, el día se hace más largo y la noche más corta.

A comienzos del verano, habiendo alcanzado cierto límite en el nordeste y en el noroeste, los puntos de salida y puesta del Sol comienzan a desplazarse en dirección contraria, desde el lado boreal del horizonte hacia el lado austral. Con esto la altura del Sol a mediodía y la duración del día comienzan a disminuir, mientras que la duración de la noche aumenta. Al alcanzar cierto límite a comienzos del invierno los puntos de salida y puesta del Sol de nuevo empiezan a desplazarse hacia el lado boreal del cielo y todos los fenómenos descritos se repiten.

Mediante observaciones elementales y no muy largas es fácil advertir que la Luna no permanece todo el tiempo en una misma constelación, sino que pasa de una constelación a otra, desplazándose de occidente a oriente aproximadamente en 13° por día. Mudándose por 12 constelaciones la Luna recorre por el cielo un círculo completo en 27,32 días.

Observaciones más minuciosas y más largas demuestran que también el Sol, al igual que la Luna, se desplaza por el cielo de occidente a oriente, pasando por las mismas 12 constelaciones. Sin embargo, la velocidad de su desplazamiento es considerablemente menor, cerca de 1° por día, y el Sol recorre todo el espacio en un año.

Las constelaciones por las que pasan las rutas del Sol y de la Luna se denominan *zodiacales* (de la palabra griega *zoon*, es decir, animal). Sus nombres son: *Peces, Carnero, Toro, Gemelos, Cangrejo, León, Virgen, Balanza, Escorpión, Sagitario, Capricornio* y *Acuario*. En el hemisferio boreal, las primeras tres constelaciones el Sol las pasa en los meses primaverales, las tres siguientes las recorre en los meses de verano, transita tres constelaciones más en los meses otoñales y, por último, atraviesa las tres constelaciones restantes en los meses de invierno. Aquellas constelaciones en las que se encuentra el Sol en el momento dado son inaccesibles a las observaciones y solamente se hacen bien visibles transcurrido aproximadamente medio año.

Ya en tiempos remotísimos, entre las estrellas de las constelaciones zodiacales, se advirtieron cinco astros que exteriormente se parecían mucho a las estrellas, pero que se distinguían de éstas por el hecho de que no conservan una misma posición en las constelaciones, "errando" por ellas igual que el Sol y la Luna. Estos cuerpos fueron denominados *planetas*, lo que significa "*astros errantes*" Los antiguos romanos dieron a los planetas los nombres de sus dioses: *Mercurio, Venus, Marte, Júpiter* y *Saturno*. En los siglos XVIII–XX se descubrieron tres planetas más: *Urano* (el 1781), *Neptuno* (en 1846) y *Plutón* (en 1930)

Los planetas se desplazan por las constelaciones zodiacales, la mayoría del tiempo, de occidente a oriente, pero una parte del espacio lo recorren también del este al oeste. El primer movimiento, es decir, el mismo que el del Sol y de la Luna, se llama *directo*, y el segundo movimiento, de este a oeste, se denomina movimiento *retrógrado*.

Los movimientos visibles de los planetas se estudiarán más detalladamente en el § 34

§ 9. *Coordenadas geográficas*

La inmensa mayoría de las observaciones astronómicas, hasta ahora se realiza desde la Tierra y depende de la posición del observador en la superficie de ésta Por ello recordaremos algunos conceptos y términos geográficos, de los que en lo sucesivo haremos uso. La Tierra tiene forma casi esférica. La línea recta imaginaria $P_N P_S$ de la cual gira la Tierra, pasa a través del centro de la masa de ésta y se llama *eje de rotación* (fig. 2).

El eje de rotación corta la superficie de la Tierra en dos puntos: en el *polo geográfico norte* P_N y en el *polo geográfico sur* P_S El polo geográfico norte es aquél desde cuyo lado la rotación de la Tierra transcurre en sentido contrario al de las agujas del reloj. El círculo máximo en la superficie de la Tierra ($q'G'O'q$), cuyo plano es perpendicular al eje de rotación, se denomina *ecuador terrestre*. Este divide la superficie de la Tierra en dos hemisferios: *boreal* (con el polo norte P_N) y *austral* (con el polo sur P_S).

Los círculos menores, cuyos planos son paralelos al plano del ecuador terrestre, se denominan *paralelos geográficos*. El paralelo geográfico (*bb*) que está a una distancia de 23°26′ al norte del ecuador se llama *trópico del hemisferio boreal* o *trópico de Cáncer*; el paralelo (*cc*), que se encuentra a una distancia de 23°26′ hacia el sur del ecuador, se llama *trópico del hemisferio austral o trópico de Capricornio* Los paralelos geográficos que se encuentran a una distancia de 23°26′ de los polos de la Tierra se denominan *círculos polares: ártico* (*aa*) y *antártico* (*dd*)

La faja de superficie terrestre entre los trópicos (incluyendo el ecuador) se denomina zona *tórrida o zona tropical*. La faja entre el trópico de Cáncer y el círculo polar ártico se llama *zona templada boreal*, y la comprendida entre el trópico de Capricornio y el círculo polar antártico – *zona templada austral* Los casquetes de la superficie terrestre tras los círculos polares se denominan *zonas glaciares ártica* y *antártica*

El semicírculo máximo $P_N O O' P_S$, que pasa a través de los polos geográficos de la Tierra y del punto O de la superficie de ésta, se llama *meridiano geográfico* del punto O. El meridiano geográfico $P_N G G' P_S$, que pasa a través del observatorio de Greenwich en Inglaterra, se considera meridiano de *origen* o *primer* meridiano. El meridiano de origen y el meridiano que dista de éste 180° dividen la superficie de la Tierra en dos hemisferios: *oriental* y *occidental*.

La línea recta TO, por la que va dirigida la fuerza de la gravedad en un punto dado de la Tierra, se denomina de *aplomo* o *línea vertical*.

La posición del punto O en la superficie terrestre se determina

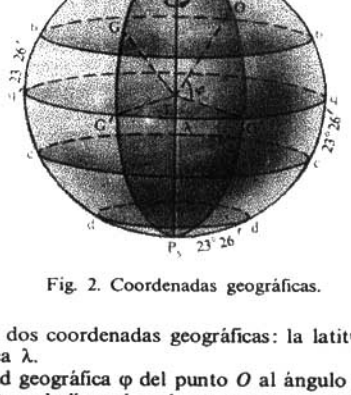


Fig. 2. Coordenadas geográficas.

unívocamente por dos coordenadas geográficas: la latitud geográfica φ y la longitud geográfica λ.

Se llama latitud geográfica φ del punto O al ángulo $O'TO$ entre el plano del ecuador terrestre y la línea de aplomo que pasa a través del punto O. Las latitudes geográficas se numeran desde el ecuador en los límites de 0° hasta $+90°$ (*latitud norte*), si los puntos yacen en el hemisferio boreal de la Tierra, y de 0° hasta $-90°$ (*latitud sur*) si los puntos yacen en el hemisferio austral.

Se denomina longitud geográfica λ del punto O al ángulo diedro $G'TO'$ entre los planos del meridiano de origen y del meridiano que pasa a través del punto O. La longitud geográfica en la Unión Soviética se numera hacia el este del primer meridiano, es decir, hacia el lado de rotación de la Tierra en los límites de 0° hasta 360° (en la medición gradual), o de 0^h hasta 24^h (en la medición horaria)[1]. Los geógrafos, como regla, numeran la longitud en

[1] En los países occidentales la cuenta de la longitud geográfica se efectúa en dirección contraria, lo que es muy incómodo para calcular la hora, que aumenta en la dirección oriental.

los límites de 0 hasta + 180° hacia el este (*longitud oriental*) y de 0 hasta — — 180° hacia el oeste (*longitud occidental*).

Al resolver muchos problemas astronómicos se puede considerar que la Tierra es una esfera homogénea con radio $R = 6370$ km. En este caso la dirección de la línea de aplomo en cualquier punto de la superficie terrestre pasa a través del centro de la Tierra y coincide con el radio de ésta, mientras que los meridianos geográficos y el ecuador serán circunferencias de un mismo radio, igual al de la Tierra. Entonces la latitud geográfica de cualquier punto en la Tierra puede ser medida por el arco del meridiano entre el ecuador y el punto dado, y la longitud geográfica puede ser medida por el arco del ecuador entre el meridiano de origen y el meridiano que pasa a través del punto dado.

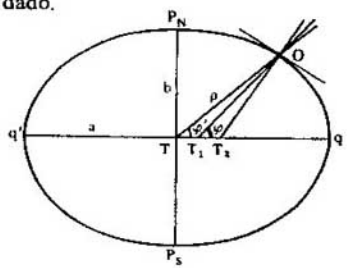


Fig. 3. Distintos aspectos de la latitud geográfica (para mayor claridad, el achatamiento de la Tierra está aumentado).

Al resolver problemas que exigen valores más exactos de las dimensiones y forma de la Tierra esta última se toma como un elipsoide de revolución (*esferoide*) con distribución uniforme de las masas. En este caso la línea de aplomo no pasará para todos los puntos de la superficie terrestre a través del centro del esferoide T (fig. 3), sino que intersecará el plano del ecuador terrestre en otro punto dado T_1, sin coincidir con el radio-vector ρ, es decir, con la recta TO, que une el centro del esferoide con el punto O.

Como resultado de la distribución irregular de las masas en la región del punto dado la línea de aplomo T_1O también puede no coincidir con la normal T_2O respecto a la superficie del esferoide, es decir, con la perpendicular al plano tangente en el punto dado O de la Tierra. Por esto, para cada punto de la superficie de la Tierra, es necesario distinguir tres tipos de latitud geográfica: astronómica, geocéntrica y geodésica.

Se llama latitud *astronómica* φ al ángulo OT_1q entre el plano del ecuador terrestre y la línea de aplomo en el punto dado.

Se denomina latitud *geocéntrica* φ' al ángulo OTq entre el plano del ecuador terrestre y el radio-vector del punto O dado.

Se llama latitud *geodésica* (no tiene designación) al ángulo OT_2q entre el plano del ecuador terrestre y la normal al esferoide en el punto dado.

Durante las observaciones astronómicas solamente se determina la latitud astronómica φ. En las mediciones geodésicas y gravimétricas se calcula la *desviación de la plomada* en el punto dado, es decir, la no coincidencia de la línea de aplomo con la normal, que hace posible obtener la latitud geodésica mediante la latitud astronómica φ. La desviación de la plomada, como regla, es menor de 3" (excepto en los lugares anómalos), y en los problemas astronómicos se desestima esta desviación y no se hace diferencia entre las latitudes astronómicas y geodésicas. La latitud geocéntrica φ' se calcula por las fórmulas de la geometría analítica, que unen a esta primera con la latitud astronómica (mejor dicho, con la geodésica). La diferencia entre la latitud geocéntrica y la astronómica no excede de 12'; en los polos y en el ecuador de la Tierra esta diferencia es igual a cero.

§ 10. *La esfera celeste*

Durante el estudio de los movimientos aparentes de los cuerpos celestes es menester, con uno u otro grado de exactitud, determinar la posición de éstos en los momentos de las observaciones. Con eso no hay necesidad de conocer la distancia hasta ellos, ya que todos los cuerpos, como nos imaginamos, se encuentran en la superficie interna de cierta esfera de radio arbitrario. Por esto, las posiciones aparentes de los astros sólo se pueden determinar por las direcciones, y sus posiciones mutuas por los ángulos entre estas direcciones, o por los arcos correspondientes de los círculos máximos en la esfera, de cuyo centro parten todas las direcciones.

Se denomina esfera celeste a la esfera imaginaria de radio arbitrario, con centro en un punto cualquiera del espacio, en cuya superficie los astros se disponen tal como se ven en el cielo en cierto momento desde este punto dado del espacio.

De este modo, el observador imaginario que se encuentra en el centro de la esfera celeste, debe ver la posición de los astros en la superficie de ésta exactamente en la misma posición mutua en la que el observador real ve los astros reales en el cielo.

La rotación de la esfera celeste repite la rotación de la bóveda celeste.

La esfera celeste sirve para el estudio de las posiciones aparentes y movimientos de los cuerpos celestes. Para ello, en su superficie, se fijan las líneas y puntos principales respecto a los cuales se efectúan precisamente las mediciones correspondientes.

La recta ZOZ' (fig. 4), que pasa por el centro O de la esfera celeste y que coincide con la dirección del hilo de la plomada en el lugar de observación, se denomina línea vertical o *de aplomo*.

La línea vertical interseca la superficie de la esfera celeste en dos puntos: en el *cenit* Z, sobre la cabeza del observador, y en el punto diametralmente opuesto, en el *nadir* Z'.

El círculo máximo de la esfera celeste (*SWNE*), cuyo plano es perpendicular a la línea de aplomo, se llama *horizonte matemático o verdadero*. El horizonte matemático divide la superficie de la esfera celeste en dos mitades: en la *visible* para el observador, con el vértice en el cenit *Z*, y la *invisible*, con el vértice en el nadir *Z'*.

El horizonte matemático se debe distinguir del *horizonte visible* (de la línea a lo largo de la cual el "cielo se junta con la Tierra"). En tierra firme el horizonte visible es una línea irregular, cuyos puntos yacen ora por encima ora por debajo del horizonte real. En alta mar el horizonte visible es siempre un círculo menor, cuyo plano es paralelo al plano del horizonte matemático.

El círculo menor de la esfera celeste (*aMa*), que pasa a través del astro *M* y cuyo plano es paralelo al plano del horizonte matemático, se denomina *almicantarat* del astro.

El semicírculo máximo de la esfera celeste *ZMZ'*, que pasa a través del cenit, el astro *M* y el nadir, se llama *círculo de altitud, círculo vertical* o, simplemente, *vertical del astro*.

El diámetro *PP'* (fig. 5), a cuyo alrededor tiene lugar la rotación de la esfera celeste, se denomina *eje del mundo*. El eje del mundo se corta con la superficie de la esfera celeste en dos puntos: en el *polo celeste boreal P* y en el *polo celeste austral P'*. El polo boreal es aquél desde cuyo lado la rotación de la esfera celeste tiene lugar en la dirección de las agujas del reloj, si se mira a la esfera desde el exterior. El círculo máximo *QWQ'E* de la esfera celeste, cuyo plano es perpendicular al eje del mundo, se denomina *ecuador celeste*. El ecuador celeste divide la superficie de la esfera celeste en dos hemisferios: el *boreal*, con el polo celeste boreal *P*, y el *austral*, con el polo celeste austral *P'*.

El círculo menor de la esfera celeste (*bMb*), cuyo plano es paralelo al plano del ecuador celeste, se denomina *paralelo celeste o diurno* del astro *M*.

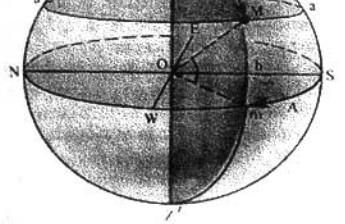


Fig. 4. La esfera celeste y el sistema horizontal de coordenadas.

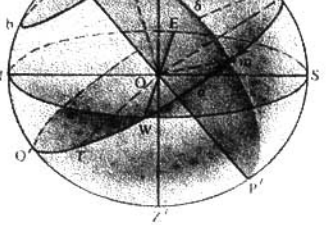


Fig. 5. La esfera celeste y los sistemas ecuatoriales de coordenadas.

Los movimientos aparentes de los astros tienen lugar por los paralelos diurnos.

El semicírculo máximo de la esfera celeste PMP', que pasa a través de los polos celestes y del astro M, se llama *círculo horario* o *círculo de declinación del astro*.

El ecuador celeste corta con el horizonte matemático en dos puntos: en *el punto del oriente* E y en *el punto del occidente* W. Los círculos de las alturas que pasan a través de los puntos del oriente y occidente se llaman verticales primarias: *oriental* y *occidental*.

El círculo máximo de la esfera celeste $PZQSP'Z'Q'N$, cuyo plano pasa a través de la línea vertical y del eje celeste, se denomina *meridiano celeste*.

El meridiano celeste divide la superficie de la esfera celeste en dos hemisferios: *el oriental*, con el punto del oriente E, y el *occidental*, con el punto del occidente W.

El plano del meridiano celeste y el plano del horizonte matemático se cortan por la línea recta NOS, que se denomina *línea meridiana*.

El meridiano celeste se interseca con el horizonte matemático en dos puntos: en el *punto del norte* N y en el *punto del sur* S. Se llama punto del norte aquél que está más cerca del polo celeste boreal. El punto del sur está más cerca del polo celeste austral.

El meridiano celeste corta el ecuador celeste también en dos puntos: *en el punto superior del ecuador* Q, más cercano al cenit, y *en el punto inferior del ecuador* Q', que está más cerca del nadir.

El arco del meridiano celeste $PZQSP'$ es la parte superior de éste, mientras que el arco $PNQ'Z'P$ es su parte *inferior*.

§ 11. *Sistemas horizontal y ecuatoriales de coordenadas celestes*

La posición del astro en el cielo o, en general, la de cualquier punto en la esfera, se determina unívocamente respecto a los planos de referencia, líneas y puntos de la esfera celeste ligados a éstos y se expresa cuantitativamente con dos magnitudes (con los ángulos centrales o con los arcos de los círculos máximos), que se denominan *coordenadas celestes*.

Para la solución de los diversos problemas de astronomía se utilizan distintos sistemas de coordenadas celestes. Estos sistemas se diferencian entre sí por la elección del plano de referencia y del punto de origen.

Sistema horizontal. El plano de referencia en este sistema es el plano del horizonte matemático $NWSE$, y la cuenta se lleva desde el cenit y desde uno de los puntos del horizonte matemático (véase la fig. 4).

Una de las coordenadas o bien es *la distancia cenital* z, o bien *la altura* del astro sobre el horizonte h.

Se llama altura h del astro M al arco mM del círculo vertical desde el horizonte matemático hasta el astro, o al ángulo central mOM (en el plano del círculo vertical) entre el plano del horizonte matemático y la dirección hacia el astro M.

Las alturas se cuentan en los límites desde 0° hasta $+90°$ hacia el cenit (si el astro se encuentra en la parte visible de la esfera celeste) y desde 0° hasta $-90°$ hacia el nadir (si el astro se encuentra en la parte invisible de la esfera celeste).

Se denomina distancia cenital z del astro M al arco del círculo vertical ZM desde el cenit hasta el astro, o al ángulo central ZOM entre la línea de aplomo y la dirección hacia el astro M. Las distancias cenitales se miden en los límites desde 0° hasta 180° en la dirección del cenit al nadir. Los astros que se encuentran en la parte visible de la esfera celeste tienen $z \leqslant 90°$, mientras que en la parte invisible $z > 90°$.

Entre la distancia cenital y la altura de un mismo astro siempre se cumple la relación

$$z + h = 90°. \tag{1.1}$$

Los astros que se encuentran en una misma almicantarat tienen iguales alturas e iguales distancias cenitales.

La altura, o la distancia cenital, determina la posición del astro en el círculo vertical.

La posición del propio círculo vertical en la esfera celeste se determina por otra coordenada: el *acimut* A. Se llama acimut A del astro M, al arco Sm del horizonte matemático desde el punto del sur S hasta el círculo vertical, que pasa a través del astro, o al ángulo central SOm (en el plano del horizonte matemático) entre la línea meridiana y la línea de intersección del plano del horizonte matemático con el plano del círculo vertical, que pasa a través del astro.

Los acimutes se miden en la dirección de la rotación diaria de la esfera celeste, es decir, hacia el occidente del punto sur S, en los límites desde 0° hasta 360°. A veces los acimutes se miden desde 0° hasta $+180°$ hacia el occidente (acimutes occidentales) y desde 0° hasta $-180°$ (acimutes orientales).

En la geodesia los acimutes se miden desde el punto del norte N, o bien desde 0° hasta 360° hacia el lado del oriente, o bien desde 0° hasta $+180°$ (acimutes orientales) y desde 0° hasta $-180°$ (acimutes occidentales). Estos acimutes se denominan *geodésicos*, a diferencia de los acimutes *astronómicos*, que se miden desde el punto del sur. Los acimutes geodésico A' y astronómico A están ligados por una relación simple

$$A' = A \pm 180°. \tag{1.2}$$

El signo más se toma para $A < 180°$, o para los acimutes negativos (orientales); el signo menos se toma para $A > 180°$, o para los acimutes positivos (occidentales).

Los astros que se encuentran en un mismo círculo vertical tienen acimutes iguales.

Primer sistema ecuatorial de coordenadas. En este sistema el plano de referencia es el del ecuador celeste QQ', y el origen de la cuenta es el punto Q del ecuador celeste (véase la fig. 5)

Una de las coordenadas es la *declinación* δ del astro.

Se denomina declinación δ del astro M al arco mM del círculo horario $PMmP'$ desde el ecuador celeste hasta el astro, o al ángulo central mOM (en el plano del círculo horario) entre el plano del ecuador celeste y la dirección al astro.

Las declinaciones se miden en los límites de $0°$ hasta $+90°$ hacia el polo celeste boreal (el astro se encuentra en el hemisferio boreal de la esfera celeste) y de $0°$ hasta $-90°$ hacia el polo celeste austral (el astro se encuentra en el hemisferio austral de la esfera)

A veces, aunque muy raramente, la declinación δ se sustituye por la *distancia polar* p, es decir, por el arco PM del círculo horario desde el polo celeste boreal hasta el astro, o por el ángulo central POM entre el eje del mundo y la dirección al astro. Las distancias polares se cuentan en los límites de $0°$ hasta $180°$ desde el polo celeste boreal hacia el polo austral Los astros que se encuentran en el hemisferio boreal de la esfera celeste tienen $p < 90°$, y en el hemisferio austral $p > 90°$.

Entre la distancia polar y la declinación de un mismo astro siempre es justa la relación

$$p + \delta = 90° \tag{1.3}$$

Los astros que se encuentran en un mismo paralelo diurno tienen iguales declinaciones δ y las mismas distancias polares p.

La declinación, o la distancia polar, determina la posición del astro en el círculo horario. A su vez, la posición del propio círculo horario en la esfera celeste se determina por otra coordenada: por *el ángulo horario* t.

Se denomina ángulo horario t del astro M al arco del ecuador celeste Qm desde el punto superior Q del ecuador celeste hasta el círculo horario $PMmP'$, que pasa a través del astro, o al ángulo central QOm (en el plano del ecuador celeste), que mide el ángulo diedro entre los planos del meridiano celeste y el círculo horario del astro.

Los ángulos horarios se miden en el sentido de la rotación diurna de la esfera celeste, es decir, hacia el occidente del punto superior Q del ecuador celeste, en los límites de $0°$ hasta $360°$ (en la medida gradual) o de 0^h hasta 24^h (en la medida horaria). A veces los ángulos horarios se miden desde $0°$ hasta $+180°$ (de 0^h hasta $+12^h$) hacia el occidente (ángulos horarios occidentales), y desde $0°$ hasta $-180°$ (de 0^h hasta -12^h) hacia el oriente (ángulos horarios orientales).

Los astros que se encuentran en un mismo círculo de declinación tienen ángulos horarios iguales.

Segundo sistema ecuatorial de coordenadas. En este sistema el plano de referencia es también el plano del ecuador celeste, y una de las coordenadas es la declinación δ (con menos frecuencia, la distancia polar p).

La otra coordenada, que determina la posición del círculo horario del astro, es la *ascensión recta* α.

Se denomina ascensión recta α del astro M al arco del ecuador celeste Υm (véase la fig. 5) desde el punto del equinoccio de primavera Υ (véase el

§ 15) hasta el círculo horario que pasa a través del astro, o al ángulo central ΥOm (en el plano del ecuador celeste) entre la dirección al punto del equinoccio de primavera y el plano del círculo horario del astro.

Las ascensiones rectas α se miden hacia el lado opuesto a la rotación diurna de la esfera celeste, en los límites de 0° hasta 360° (en la medida gradual) o de 0^h hasta 24^h (en la medida horaria).

Los astros que se encuentran en un mismo círculo horario tienen iguales ascensiones rectas.

Las coordenadas horizontales (z, h, A) y el ángulo horario t del astro varían constantemente como resultado de la rotación diurna de la esfera celeste (véase § 14), ya que se miden desde puntos inmóviles que no participan en esta rotación.

Las coordenadas ecuatoriales del astro (la ascensión recta α y la declinación δ) no varían debido a la rotación diurna de la esfera celeste, ya que se miden desde puntos del ecuador celeste que participan en la rotación diurna y, por consiguiente, la posición del astro respecto a estos puntos no cambia.

El sistema horizontal de coordenadas se utiliza para determinaciones directas de las posiciones aparentes de los astros con ayuda de instrumentos goniométricos.

El primer sistema ecuatorial (declinación y ángulo horario) se emplea principalmente durante la determinación del tiempo exacto, que es uno de los problemas fundamentales de la astronomía práctica.

El segundo sistema ecuatorial es el principal durante la solución de problemas de la astrometría fundamental. En este sistema se elaboran las listas de las posiciones estelares (catálogos estelares) y los mapas estelares.

§ 12. *Dependencia entre la altura del polo celeste y la latitud geográfica del lugar de observación*

La rotación de la bóveda celeste es un fenómeno aparente, y representa en sí el resultado de la rotación real de la Tierra alrededor de su eje en la dirección opuesta a la rotación diurna del cielo, es decir, de oeste a este. Por esto, cualquiera que sea el punto de la superficie de la Tierra en el que se encuentra el observador, éste siempre verá la rotación de la esfera celeste, que tiene lugar alrededor del eje celeste: línea recta que es paralela al eje de rotación de la Tierra.

La dirección de la línea de aplomo, por el contrario, varía al desplazarse el observador por la superficie terrestre, y forma distintos ángulos con el eje de rotación. La posición mutua de los círculos y puntos de la esfera celeste, ligados con el eje celeste y con la línea de aplomo, depende, por consiguiente, de la dirección de esta última, es decir, de la posición del observador en la superficie de la Tierra.

Esta dependencia se formula con el teorema siguiente. "*la altura h_P del polo celeste sobre el horizonte siempre es igual a la latitud astronómica φ del lugar de observación*".

La demostración del teorema se deduce directamente del dibujo (fig. 6), donde $\angle PON = h_P$ y $\angle OTq = \varphi$ son ángulos con lados perpendiculares entre sí. De este teorema se deduce que:

1) la declinación del cenit $\delta_z = \varphi$;

2) la distancia polar del punto del norte $p_N = \varphi$;

3) la distancia cenital del punto superior del ecuador $z_Q = \varphi$, es decir, son también iguales (fig. 7) a la latitud astronómica φ del punto de observación.

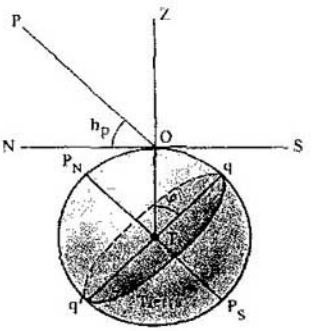


Fig. 6. Relación entre la altura del polo celeste y la latitud geográfica

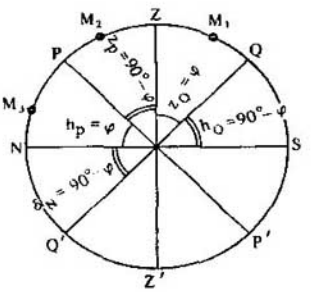


Fig. 7. Proyección de la esfera celeste sobre el plano del meridiano celeste

Sobre la base de la relación (1.1) la distancia cenital del polo celeste $z_P = 90° - h_P = 90° - \varphi$.

Por consiguiente, también son iguales a la magnitud $(90° - \varphi)$:

1) la distancia polar del cenit $p_z = 90° - \varphi$;

2) la declinación del punto del norte $\delta_N = 90° - \varphi$;

3) la altura del punto superior del ecuador $h_Q = 90° - \varphi$.

§ 13. *Fenómenos vinculados con la rotación diurna de la esfera celeste*

a) Salida y puesta de los astros. Como resultado de la rotación diurna de la esfera celeste todos los astros describen círculos cuyos planos son paralelos al plano del ecuador celeste, es decir, se mueven por los paralelos diurnos o celestes.

En dependencia de la latitud geográfica φ del lugar de observación y de las declinaciones δ de los astros, los paralelos diurnos de estos últimos, o bien cortan el horizonte matemático en dos puntos, se disponen sobre éste,

o se sitúan por debajo de él (fig. 8). El punto de intersección del astro con la parte oriental del horizonte verdadero se denomina *punto de salida del astro*, y el punto de intersección del astro con la parte occidental del horizonte verdadero se denomina *punto de puesta del astro*.

El astro sale y se pone en la latitud dada φ si el valor absoluto de su declinación

$$|\delta| < (90^\circ - |\varphi|). \tag{1.4}$$

Si el astro se encuentra en el ecuador celeste QQ', es decir, si su $\delta = 0$, este astro sale exactamente en el punto del este E y se pone exactamente en el punto del oeste W.

Fig. 8. Movimiento diario de los astros en las latitudes geográficas medias.

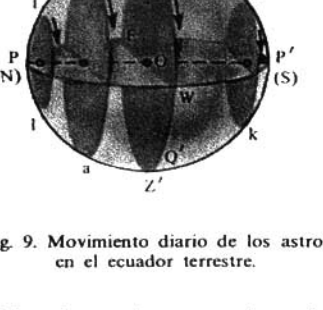


Fig. 9. Movimiento diario de los astros en el ecuador terrestre.

Si la declinación del astro $\delta > 0$ (paralelo celeste *aa*), entonces éste sale por el noreste y se pone por el noroeste.

Si la declinación del astro $\delta < 0$ (paralelo celeste *bb*), entonces éste sale por el sudeste y se pone en el sudoeste.

Y, por último, si el valor absoluto de la declinación del astro es

$$|\delta| \geqslant (90^\circ - |\varphi|), \tag{1.5}$$

entonces su paralelo diurno no cortará el horizonte matemático, y este astro o bien será *inoccíduo* (el paralelo diurno *ll* se dispone íntegramente sobre el horizonte) o bien será *inortivo* (el paralelo diurno *kk* está completamente debajo del horizonte).

Si el observador se encuentra en el ecuador terrestre ($\varphi = 0^\circ$), según la condición (1.4), para él todos los astros son ortivos y occíduos. Efectivamente, en el ecuador terrestre (fig. 9) el polo celeste boreal P yace en el horizonte, en el punto del norte N, y el polo sur P' yace en el punto del sur S. El ecuador celeste QQ' es perpendicular al horizonte matemático y pasa a través del cenit Z. Por esto también todos los planos de los

paralelos diurnos de todos los astros son perpendiculares al plano del horizonte matemático. Por consiguiente, todos los astros salen y se ponen, se ven sobre el horizonte en el transcurso de 12 horas, y otras tantas horas no se ven.

Si el observador se encuentra en el polo norte geográfico de la Tierra ($\varphi = +90°$), conforme a la condición (1.5), todos los astros que tengan $\delta > 0$ serán inocciduos para dicho observador, mientras que para el mismo todos los astros con $\delta < 0$ serán inortivos. Efectivamente (fig. 10), en el polo norte geográfico de la Tierra el polo celeste boreal P coincide con el cenit Z, mientras que el ecuador celeste QQ' coincide con el horizonte matemático. Por esto, los planos de los paralelos diurnos de los astros son paralelos al plano del horizonte matemático, y los astros ni salen ni se ponen. Los astros

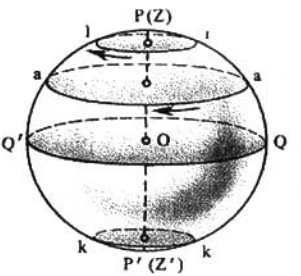


Fig. 10. Movimiento diario de los astros en el polo norte de la Tierra.

del hemisferio boreal de la esfera celeste ($\delta > 0$) siempre se ven sobre el horizonte, y los astros del hemisferio austral de la esfera celeste ($\delta < 0$) no se ven nunca.

No es difícil comprender que el observador que se encuentre en el polo sur de la Tierra, por el contrario, siempre verá los astros del hemisferio austral de la esfera celeste ($\delta < 0$) y jamás verá los astros del hemisferio boreal de dicha esfera ($\delta > 0$).

Si el observador se encuentra en la latitud φ, distinta de 0° y de 90°, una parte de los astros serán para él ortivos y occiduos, mientras que otra parte serán astros inortivos e inocciduos.

b) Culminación de los astros. El paralelo diurno de cada astro corta el meridiano celeste en dos puntos, que yacen en los extremos del diámetro del paralelo.

El fenómeno de intersección del meridiano celeste por el astro se llama *culminación del astro.*

La culminación se denomina *superior* si el astro corta la parte superior $PZQSP'$ del meridiano celeste, que contiene Z (fig. 7), y se denomina *inferior*

si el astro corta la parte inferior del meridiano celeste $PNQ'Z'P'$ que contiene Z'.

Se distinguen la culminación superior, al sur del cenit (en el arco $ZQSP'$), y superior al norte del cenit (en el arco PZ).

Para los astros que no se ponen en la latitud φ dada, ambas culminaciones, tanto la superior como la inferior, son accesibles a las observaciones; para los astros ortivos y occiduos solamente es accesible la culminación superior, ya que la culminación inferior transcurre por debajo del horizonte; para los astros inortivos ambas culminaciones son inaccesibles a las observaciones, pues transcurren por debajo del horizonte.

§ 14. *Variación de las coordenadas de los astros durante el movimiento diurno*

Cuando el astro sale o se pone su $z = 90°$, $h = 0°$, y los acimutes de los puntos de salida y puesta dependen de la declinación del astro y de la latitud del lugar de observación

En el momento de la culminación superior la distancia cenital del astro es mínima, su altura es máxima, y el acimut $A = 0$ (si el astro culmina al sur del cenit), o $A = 180°$ (si culmina al norte del cenit).

En el momento de la culminación inferior la distancia cenital del astro adquiere un valor máximo, su altura es mínima, y el acimut $A = 180°$, o $A = 0°$ (si la culminación inferior transcurre entre el nadir Z' y el polo celeste austral P').

Por consiguiente, desde la culminación inferior hasta la superior la distancia cenital del astro disminuye y su altura aumenta; desde la culminación superior hasta la inferior, por lo contrario, la distancia cenital aumenta y la altura disminuye. Con esto el acimut del astro varía también dentro de límites determinados.

De tal modo, las coordenadas horizontales del astro (z, h y A) varían continuamente como resultado de la rotación diurna de la esfera celeste, y si el astro está vinculado invariablemente con la esfera (es decir, su declinación δ y ascensión recta α permanecen constantes) las coordenadas horizontales adquieren sus valores anteriores cuando la esfera da una vuelta.

Puesto que los paralelos diurnos de los astros en todas las latitudes de la Tierra (excepto en los polos) están inclinados con relación al horizonte, las coordenadas horizontales varían irregularmente, incluso durante la rotación diurna uniforme de la esfera celeste. La altura del astro h y su distancia cenital z varían más lentamente cerca del meridiano, es decir, en el momento de las culminaciones superior o inferior. El acimut del astro A, por el contrario, varía en estos momentos con la mayor rapidez.

El ángulo horario t del astro (en el primer sistema ecuatorial de coordenadas), al igual que el acimut A, varía constantemente. En el momento de la culminación superior del astro su $t = 0$. En el momento de la culminación inferior el ángulo horario del astro $t = 180°$, ó 12^h.

Pero, a diferencia de los acimutes, los ángulos horarios de los astros (si

sus declinaciones δ y ascensiones rectas α permanecen constantes) varían regularmente, ya que se miden por el ecuador celeste, y durante la rotación uniforme de la esfera celeste las variaciones de los ángulos horarios son proporcionales a los intervalos de tiempo, es decir, el incremento de los ángulos horarios son iguales al ángulo de giro de la esfera celeste.

La regularidad de la variación de los ángulos horarios tiene muchísima importancia para la medición del tiempo.

La altura h del astro o la distancia cenital z, en los momentos de las culminaciones, dependen de la declinación δ del astro y de la latitud φ del lugar de observación.

Directamente del dibujo (véase la fig. 7) se deduce que:

1) si la declinación del astro M_1 $\delta < \varphi$, entonces éste culmina al sur del cenit a la distancia cenital

$$z = \varphi - \delta, \tag{1.6}$$

o a la altura

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta; \tag{1.7}$$

2) si $\delta = \varphi$, el astro culmina en el cenit y entonces

$$z = 0 \tag{1.8}$$

y

$$h = +90^\circ, \tag{1.9}$$

3) si $\delta > \varphi$ entonces el astro M_2, en la culminación superior, se encuentra al norte del cenit a la distancia cenital

$$z = \delta - \varphi, \tag{1.10}$$

o a la altura

$$h = 90^\circ + \varphi - \delta; \tag{1.11}$$

4) y, por último, en el momento de la culminación inferior, la distancia cenital del astro M_3 será

$$z = 180^\circ - \varphi - \delta, \tag{1.12}$$

y la altura

$$h = \delta - (90^\circ - \varphi) = \varphi + \delta - 90^\circ. \tag{1.13}$$

Por las observaciones se sabe (véase el § 8) que en la latitud $|\varphi|$ dada cada estrella sale (o se pone) en un mismo punto del horizonte, y que su altura en el meridiano también siempre es igual. De aquí se puede deducir que las declinaciones de las estrellas no varían con el tiempo (al menos notablemente).

A su vez, los puntos de salida y puesta del Sol, de la Luna y de los planetas, así como su altura en el meridiano en los distintos días del año, son diferentes. Por consiguiente, las declinaciones de estos astros varían constantemente con el transcurso del tiempo.

§ 15. *Ecliptica. Sistema de coordenadas ecliptícas*

Mediante las mediciones de la distancia cenital, o de la altura del Sol a mediodía (es decir, en el momento de su culminación superior) en una misma latitud geográfica, se estableció que la declinación del Sol en el transcurso del año varía dentro de los límites desde $+23°26'$ hasta $-23°26'$, pasando dos veces al año por el cero[1]. De las observaciones sobre la variación del aspecto del cielo nocturno se deduce que la ascensión recta del Sol en el transcurso del año también varía gradualmente, desde $0°$ hasta

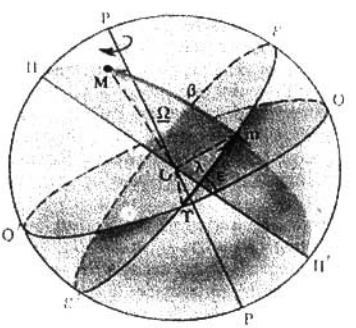


Fig. 11. Sistema ecliptico de coordenadas.

$360°$, o desde 0^h hasta 24^h. Efectivamente, a medianoche se encuentran en la culminación superior aquellas estrellas cuyas ascensiones rectas se diferencian de la ascensión recta del Sol en $180°$ ó 12^h. Las mismas observaciones demuestran que cada día culminan a medianoche las estrellas que tienen mayor y mayor ascensión recta y, por consiguiente, la ascensión recta del Sol aumenta también cada día.

Examinando la variación constante de ambas coordenadas del Sol no es difícil establecer que éste se desplaza entre las estrellas, de occidente a oriente, por el círculo máximo de la esfera celeste, denominado *ecliptica*. El plano de la ecliptica $\mathcal{E}\,\Upsilon\,\mathcal{E}=$ (fig. 11) está inclinado respecto al plano del ecuador celeste en un ángulo $\varepsilon = 23°26'$. El diámetro PP', perpendicular al

[1] Hablando con mayor exactitud se debe tener en cuenta que la inclinación de la ecliptica respecto al ecuador es una magnitud variable: su valor disminuye lentamente y actualmente es de $23°26'29''$, 7 o, redondeando, $23°26'$. La dependencia del tiempo se determina por la fórmula $\varepsilon = 23°27'8'' - 26''.47\ (t-1900)$, donde t es el tiempo en años.

plano de la eclíptica, se denomina *eje de la eclíptica* y corta la superficie de la esfera celeste *en el polo norte de la eclíptica* Π (que yace en el hemisferio boreal) y *en el polo sur de la eclíptica* Π' (en el hemisferio austral).

La eclíptica corta al ecuador celeste en dos puntos: *en el punto del equinoccio de primavera* Υ y *en el punto del equinoccio de otoño* $\simeq$. En el punto del equinoccio de primavera Υ el Sol cruza el ecuador celeste, pasando del hemisferio austral de la esfera celeste al hemisferio boreal. En el punto del equinoccio de otoño $\simeq$ el Sol pasa del hemisferio boreal al austral.

Los puntos de la eclíptica que distan 90° de los puntos del equinoccio se denominan *punto del solsticio de verano o vernal* (en el hemisferio boreal) y *punto del solsticio de invierno o hiemal* (en el hemisferio austral).

El semicírculo máximo de la esfera celeste $\Pi M \Pi'$, que pasa a través de la eclíptica y del astro M, se denomina *círculo de latitud* del astro.

La eclíptica y el punto del equinoccio de primavera son la base del *sistema eclíptico* de coordenadas celestes. En este sistema una de las coordenadas es la *latitud eclíptica* β del astro M, denominación del arco mM del círculo de latitud (véase la fig. 11) desde la eclíptica hasta el astro, o el ángulo central mOM formado por el plano de la eclíptica y la dirección del astro M.

Las latitudes eclípticas se miden en los límites de 0° hasta $+90°$ hacia el polo norte de la eclíptica (Π) y de 0° hasta $-90°$ hacia su polo sur (Π').

Los astros que se encuentran en un mismo círculo menor, cuyo plano es paralelo al plano de la eclíptica, tienen iguales latitudes eclípticas.

La latitud eclíptica determina la posición del astro en el círculo de latitud. Pero la posición del propio círculo de latitud en la esfera celeste se determina por otra coordenada: *la longitud eclíptica* λ. Se denomina longitud eclíptica λ del astro M al arco Υm de la eclíptica desde el punto del equinoccio de primavera Υ hasta el círculo de latitud que pasa a través del astro, o al ángulo central ΥOm (en el plano de la eclíptica) entre la dirección hacia el punto del equinoccio de primavera y el plano del círculo de latitud que pasa a través del astro. Las longitudes eclípticas se miden hacia el lado del movimiento anual aparente del Sol por la eclíptica, es decir, de occidente a oriente, en los límites de 0° hasta 360°. Los astros que se encuentran en un mismo círculo de latitud tienen iguales longitudes eclípticas.

El sistema eclíptico de coordenadas, fundamentalmente, se utiliza en la astronomía teórica al determinar las órbitas de los cuerpos celestes.

§ 16. *Variación de las coordenadas ecuatoriales del Sol*

La variación de las coordenadas ecuatoriales del Sol durante su movimiento por la eclíptica transcurre de la manera siguiente. Cuando el Sol se encuentra en el punto del equinoccio de primavera Υ (véase § 15), su ascensión recta y declinación (puesta) son iguales a cero. Después, cada día, la ascensión recta y la declinación del Sol aumentan y, cuando el Sol llega al

punto del solsticio vernal, su ascensión recta será igual a 90° ó a 6^h, y su declinación alcanza un valor máximo de $+23°26'$. Luego, la declinación del Sol comienza a disminuir, mientras que la ascensión recta prosigue creciendo como antes. Cuando el Sol llegue al punto del equinoccio de otoño su ascensión recta $\alpha = 180°$ ó 12^h, siendo su declinación $\delta = 0°$. Luego, la ascensión recta del Sol, que sigue aumentando, se hace igual a 270° ó 18^h, en el punto del solsticio hiemal, mientras que la declinación alcanza un valor mínimo de $-23°26'$. Después de esto la declinación del Sol comienza a crecer y, cuando éste llega al punto del equinoccio de primavera, su declinación de nuevo se hace igual a cero, mientras que su ascensión recta, habiendo alcanzado los valores de 360° ó 24^h, se vuelve nula.

Estas variaciones de las coordenadas ecuatoriales del Sol en el curso del año transcurren irregularmente. La declinación varía más rápidamente al moverse el Sol en las inmediaciones de los puntos equinocciales y más lentamente cerca de los puntos solsticiales. La ascensión recta, por el contrario, varía más lentamente cerca de los puntos equinocciales y con mayor rapidez en las inmediaciones de los puntos solsticiales. Con esto, la velocidad de la variación de la ascensión recta del Sol cerca del punto del solsticio vernal es menor que cerca del punto del solsticio hiemal. El movimiento aparente del Sol por la ecliptica es el resultado del movimiento real de la Tierra: de su traslación alrededor del Sol.

El movimiento de la Tierra alrededor del Sol tiene lugar en la misma dirección que la rotación de la Tierra alrededor de su eje, y es irregular (véase § 40). Con eso, el eje de rotación de la Tierra siempre está inclinado respecto al plano de la órbita de la Tierra en un ángulo de 66°34'. Precisamente por esto a nosotros nos parece que el Sol se desplaza también irregularmente por la bóveda celeste entre las estrellas, de occidente a oriente, pero por una circunferencia (la ecliptica) cuyo plano está inclinado respecto al plano del ecuador celeste (y del terrestre) en un ángulo de $23°26' = 90° - 66°34'$.

El Sol, cuando se encuentra en el punto del equinoccio de primavera ($\delta = 0$), sale en todas las latitudes geográficas de la superficie terrestre en el punto del oriente E, y se pone en el punto del occidente W (véase el § 13). La mitad del recorrido diurno del Sol se encuentra sobre el horizonte, y la otra mitad, tras el horizonte. Por consiguiente, en toda la esfera terrestre, excepto en los polos, la duración del día en esta fecha es igual a la duración de la noche. Este día en el hemisferio Norte se denomina *dia del equinoccio de primavera* (aproximadamente el 20 de marzo) y se considera como el comienzo de la primavera en el hemisferio boreal de la Tierra. (En el hemisferio austral este momento corresponde al comienzo del otoño).

La altura del Sol al mediodía en el día del equinoccio de primavera en una latitud boreal φ dada, de acuerdo con la fórmula (1.7), es

$$h_\odot = 90° - \varphi.$$

Cuando el Sol se encuentra en el punto del solsticio vernal ($\delta = +23°26'$) entonces sale en el nordeste en la latitud boreal φ dada, y se pone en el

noroeste. La mayor parte del recorrido diurno del Sol se encuentra sobre el horizonte. La duración del día en el hemisferio boreal de la Tierra es máxima, la duración de la noche es mínima, y en el hemisferio austral es al revés. Esta fecha se denomina *día del solsticio vernal* (aproximadamente el 21 de junio) y se considera ser el comienzo del verano en el hemisferio boreal de la Tierra (en el hemisferio austral este momento corresponde al comienzo del invierno).

En el día del solsticio vernal la altura del Sol al mediodía en una latitud boreal φ dada alcanza un valor máximo

$$h_{max} = 90° - \varphi + 23°26'.$$

Cuando el Sol se encuentra en el punto del equinoccio de otoño ($\delta = 0$) de nuevo sale en toda la Tierra en el punto del oriente y se pone en el punto del occidente, y nuevamente en todas las latitudes, excepto en los polos, la duración del día es igual a la de la noche. Este día se denomina día del equinoccio de otoño (aproximadamente el 23 de septiembre) y se considera como el comienzo del otoño en el hemisferio boreal de la Tierra (el comienzo de la primavera en el hemisferio austral).

La altura del Sol al mediodía en una latitud φ dada en el día del equinoccio de otoño de nuevo es igual a $90° - \varphi$.

Y, por último, cuando el Sol se encuentra en el punto del solsticio hiemal ($\delta = 23°26'$) sale en el sudeste y se pone en el sudoeste. La mayor parte de su recorrido diurno el Sol se encuentra tras el horizonte. En la latitud geográfica boreal φ dada la duración del día es mínima y la de la noche es máxima (en las latitudes australes al revés, la duración del día es máxima y la de la noche, mínima). Esta fecha se denomina *día del solsticio hiemal* (aproximadamente el 22 de diciembre) y se considera como el comienzo del invierno en el hemisferio boreal de la Tierra (el comienzo del verano en el hemisferio austral).

La altura del Sol en el día del solsticio hiemal en la latitud boreal φ dada alcanza un valor mínimo

$$h_{min} = 90° - \varphi - 23°26'.$$

En los días restantes del año la altura del Sol al mediodía está comprendida entre los valores $h_{máx}$ y $h_{mín}$.

§ 17. *Movimiento diurno del Sol en las distintas latitudes*

a) Para un observador ubicado en el polo norte de la Tierra ($\varphi = +90°$) serán astros inocciduos aquellos para los que $\delta \geqslant 0$, e inortivos aquellos para los que $\delta < 0$ (véase § 13, fig. 10).

El Sol tiene declinación positiva desde el 21 de marzo hasta el 23 de septiembre, y declinación negativa desde el 23 de septiembre hasta el 21 de marzo. Por consiguiente, en el polo norte de la Tierra, el Sol es aproximadamente medio año un astro inocciduo y medio año es un astro inortivo. Aquí, aproximadamente el 21 de marzo, el Sol aparece sobre el

horizonte (sale) y, como resultado de la rotación diurna de la esfera celeste, describe curvas que se aproximan a la circunferencia y que son casi paralelas al horizonte, elevándose cada día más y más. En el día del solsticio vernal (aproximadamente el 22 de junio) el Sol alcanza su altura máxima $h_{máx} = +$ $+ 23°26'$. Después de esto el Sol comienza a aproximarse al horizonte, su altura disminuye gradualmente y, después del día del equinoccio de otoño (después del 23 de septiembre) se oculta tras el horizonte (se pone). El día, que duró medio año, se acaba y comienza la noche, que dura también medio año. El Sol, que prosigue describiendo curvas casi paralelas al horizonte, pero debajo de éste, desciende más y más. En el día del solsticio hiemal (aproximadamente el 22 de diciembre) el Sol descenderá tras el horizonte en una altura $h_{min} = -23°26'$ y después comenzará de nuevo a aproximarse al horizonte, su altura aumentará y antes del día del equinoccio de primavera el Sol de nuevo aparecerá sobre el horizonte. Para el observador en el polo sur de la Tierra ($\varphi = -90°$) el movimiento diurno del Sol transcurre de manera semejante. Solamente que aquí el Sol sale el 23 de septiembre y se pone el 21 de marzo, y por esto cuando en el polo norte de la Tierra es de noche en el polo sur es de día, y viceversa.

b) Para un observador que se encuentra en el círculo polar ártico ($\varphi =$ $= + 66°34'$) serán inocciduos astros con $\delta \geqslant + 23°26'$, e inortivos con $\delta <$ $< - 23°26'$. Por consiguiente, en el círculo polar ártico el Sol no se pone en el día del solsticio vernal (a medianoche el centro del Sol contacta con el horizonte solamente en el punto N del norte) y no sale en el día del solsticio hiemal (a mediodía el centro del disco solar contactará solamente con el horizonte en el punto S del sur, descendiendo después debajo del horizonte). En los restantes días del año en esta latitud el Sol sale y se pone. Con esto, a mediodía, alcanza una altura máxima en el día del solsticio vernal ($h_{máx} =$ $= + 46°52'$), siendo mínima su altura a mediodía en el día del solsticio hiemal ($h_{min} = 0°$). En el círculo polar antártico ($\varphi = - 66°34'$) el Sol no se pone en el día del solsticio hiemal y no sale en el día del solsticio vernal.

Los círculos polares boreal y austral son los límites teóricos de aquellas latitudes geográficas donde son posibles los *días y las noches polares* (días y noches que duran más de 24 horas).

En los lugares que yacen dentro de los círculos polares, el Sol es un astro inocciduo o inortivo tanto más tiempo cuanto más cerca esté el lugar de los polos geográficos. A medida que nos acercamos a los polos aumenta la duración de los días y de las noches.

c) Para un observador que se halla en el trópico de Cáncer ($\varphi = +$ $+ 23°26'$) el Sol siempre es un astro ortivo y occiduo. Este, en el día del solsticio vernal, alcanza a mediodía una altura máxima $h_{máx} = + 90°$, es decir, pasa por el cenit. En los días restantes del año el Sol culmina a mediodía al sur del cenit. En el día del solsticio hiemal su altura mínima al mediodía $h_{min} = + 43°08'$.

En el trópico de Capricornio ($\varphi = - 23°26'$) el Sol también sale y se pone siempre. Pero su altura máxima sobre el horizonte a mediodía ($+ 90°$) la alcanza en el día del solsticio hiemal, y su altura mínima ($+ 43°08'$) en el día

del solsticio vernal. En los restantes días del año el Sol culmina aquí a mediodía hacia el norte del cenit.

En los lugares que se encuentran entre los trópicos y los círculos polares el Sol sale y se pone cada día del año. Aquí la duración del día es medio año mayor que la duración de la noche, y la noche dura medio año más que el día. La altura del Sol a mediodía aquí siempre es menor de 90° (excepto en los trópicos) y es mayor de 0° (excepto en los círculos polares).

En los lugares que yacen entre los trópicos, el Sol se encuentra en el cenit dos veces al año, en aquellos días en que su declinación es igual a la latitud geográfica del lugar.

d) Para un observador en el ecuador de la Tierra ($\varphi = 0$) todos los astros, incluyendo el Sol, son ortivos y occiduos. Con esto, dichos astros se encuentran 12 horas sobre el horizonte y 12 horas debajo de éste. Por consiguiente, en el ecuador la duración del día siempre es igual a la duración de la noche. Dos veces al año el Sol se encuentra a mediodía en el cenit (el 21 de marzo y el 23 de septiembre).

Desde el 21 de marzo hasta el 23 de septiembre el Sol en el ecuador culmina a mediodía hacia el norte del cenit, y desde el 23 de septiembre hasta el 21 de marzo culmina hacia el sur del cenit. La altura mínima del Sol al mediodía aquí será igual a $h_{min} = 90° - 23°26' = 66°34'$ (el 22 de junio y el 22 de diciembre).

En virtud de lo dicho se pueden formular los siguientes indicios astronómicos de las zonas térmicas de la Tierra:

1. En las zonas glaciales (desde $\varphi = \pm 66°34'$ hasta $\varphi = \pm 90°$) el Sol puede ser un astro inocciduo o inortivo. El día y la noche polares pueden durar desde 24 horas hasta medio año.

2. En las zonas templadas (desde $\varphi = \pm 23°26'$ hasta $\varphi = \pm 66°34'$) el Sol sale y se pone cada día, pero nunca alcanza el cenit. Aquí no hay días ni noches polares. La duración del día y de la noche es menor de 24 horas. En el verano el día es más largo que la noche, y en el invierno al revés.

3. En la zona tórrida (desde $\varphi = +23°26'$ hasta $\varphi = -23°26'$) el Sol también es siempre un astro ortivo y occiduo, y dos veces al año (en los trópicos una vez) se encuentra en el cenit a mediodía (en distintos lugares en los diferentes días del año, y en el ecuador en los días de los equinoccios de primavera y de otoño). [Véase también § 33.]

§ 18. *Principios de la medición del tiempo*

La medición del tiempo se basa en las observaciones de la rotación diurna de la bóveda celeste y del movimiento anual del Sol, es decir, en la rotación de la Tierra sobre su eje y en la traslación de ésta alrededor del Sol.

La rotación de la Tierra sobre su eje transcurre casi uniformemente, con un período igual al de rotación de la bóveda celeste, que puede ser determinado por las observaciones con bastante exactitud. Por esto, según el ángulo de giro de la Tierra respecto a cierta posición inicial se puede juzgar sobre el tiempo transcurrido. Como posición inicial de la Tierra se toma el

momento del paso del plano del meridiano terrestre del lugar de observación a través de un punto elegido del cielo o, lo que es lo mismo, el momento de la culminación superior (o inferior) de este punto en el meridiano dado.

La duración de la unidad fundamental de tiempo, denominada *día*, depende del punto elegido en el cielo. En la astronomía los puntos que se toman son: a) el punto del equinoccio de primavera; b) el centro del disco visible del Sol (*Sol verdadero*); c) el "*sol medio*", que es un punto ficticio, cuya posición en el cielo puede ser calculada teóricamente para cualquier lapso de tiempo.

Las tres distintas unidades de tiempo determinadas por estos puntos se denominan, respectivamente, *días sidéreo, solar verdadero* y *solar medio*, y el tiempo que se mide con estas unidades se denomina *tiempos sidéreo, solar verdadero* y *solar medio*.

Aquí es absolutamente necesario señalar que estas diferentes denominaciones de los tiempos, así como todas las demás que conoceremos más adelante, pertenecen a un mismo tiempo real que objetivamente existe. En otras palabras: no existen tiempos diferentes de ninguna clase, sólo hay distintas unidades de medida del tiempo y diferentes sistemas de su cálculo.

Los días y sus fracciones (horas, minutos y segundos) se emplean durante la medición de espacios cortos de tiempo. Para la medición de grandes intervalos de tiempo se usa otra unidad, basada en el movimiento de la Tierra alrededor del Sol: *el año trópico*. Se denomina año trópico al intervalo de tiempo entre dos pasos sucesivos del centro del Sol verdadero a través de punto del equinoccio de primavera.

Después de muchos años de observaciones se estableció que el año trópico contiene 365,2422 días solares medios. Debido al movimiento lento del punto del equinoccio de primavera al encuentro del Sol, provocado por la precesión (véanse los §§ 72–73), el Sol se encuentra respecto a las estrellas en el mismo punto del cielo en un intervalo de tiempo mayor que el año trópico en 20 minutos 24 segundos. Este intervalo se denomina año sidéreo y contiene 365,2564 días solares medios.

§ 19. *Días sidéreos. Tiempo sidéreo*

Se denominan *días sidéreos* al intervalo de tiempo entre dos culminaciones sucesivas homónimas del punto del equinoccio de primavera en un mismo meridiano geográfico.

Se toma como comienzo del día sidéreo en el meridiano dado el momento de la culminación superior del punto del equinoccio de primavera.

El tiempo transcurrido desde la culminación superior del punto del equinoccio de primavera hasta cualquier otra posición de este punto, expresado en fracciones del día sidéreo (en horas, minutos y segundos sidéreos), se denomina *tiempo sidéreo s*.

El ángulo en el que girará la Tierra desde el momento de la culminación superior del punto del equinoccio de primavera hasta cualquier otro momento, es igual al ángulo horario del punto del equinoccio de primavera

en este momento. Por consiguiente, el tiempo sidéreo s en el meridiano dado, en cualquier momento, numéricamente es igual al ángulo horario del punto del equinoccio de primavera $t\,\Upsilon$, expresado en medida horaria, es decir,

$$s = t\,\Upsilon. \tag{1.14}$$

El punto del equinoccio de primavera no está marcado con nada en el cielo. Por eso, no es posible medir directamente su ángulo horario o advertir el momento de su paso por el meridiano. Así pues, prácticamente, para establecer el comienzo de los días sidéreos o del tiempo sidéreo en cualquier momento es necesario medir el ángulo horario t de cualquier astro M, cuya ascensión directa α se conoce (fig. 12). Entonces, puesto que $t = Qm$, $\alpha = \Upsilon m$, y el ángulo horario del punto del equinoccio de primavera $t\,\Upsilon = Q\,\Upsilon$ y, ya que según su definición este ángulo es igual al tiempo sidéreo s,

$$s = t\,\Upsilon = \alpha + t, \tag{1.15}$$

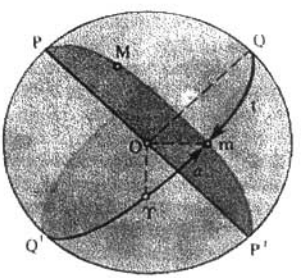


Fig. 12. Relación del tiempo sidéreo con el α y t del astro.

es decir, el tiempo sidéreo en cualquier momento es igual a la ascensión recta de cualquier astro más el ángulo horario de éste.

En el momento de la culminación superior del astro su ángulo horario $t = 0$, y entonces

$$s = \alpha. \tag{1.16}$$

En el momento de la culminación inferior del astro su ángulo horario $t = 12^h$, y el tiempo sidéreo

$$s = \alpha + 12^h. \tag{1.17}$$

La medición del tiempo en días sidéreos y en sus fracciones es muy simple y, por lo tanto, es muy ventajosa para resolver muchos problemas astronómicos. Pero en la vida cotidiana es extremadamente incómodo hacer empleo del tiempo sidéreo. El orden cotidiano de la vida humana está ligado a la posición aparente del Sol sobre el horizonte, con su salida, culminación

y puesta, y no a la posición del punto ficticio del equinoccio de primavera. Y puesto que la disposición mutua del Sol y del punto del equinoccio de primavera durante el año varía continuamente, entonces, por ejemplo, la culminación superior del Sol (mediodía) en los distintos días del año transcurre en momentos diferentes de los días sidéreos. Efectivamente, el Sol solamente una vez al año, cuando pasa a través del punto del equinoccio de primavera, es decir, cuando su ascensión recta $\alpha = 0^h$, él culminará conjuntamente con el punto del equinoccio de primavera a mediodía, a los 0^h del tiempo sidéreo. Transcurrido un día sidéreo el punto del equinoccio de primavera de nuevo se encontrará en la culminación superior, mientras que el Sol llegará al meridiano transcurridos aproximadamente 4 minutos, ya que en un día sidéreo el Sol se desplazará hacia el oriente respecto al punto del equinoccio de primavera casi en 1°, y su ascensión recta ya será igual $\alpha \approx 0^h 4^m$. Después de transcurrir otro día sidéreo, la ascensión recta del Sol de nuevo aumentará en 4^m, es decir, el mediodía comenzará ya aproximadamente a las $0^h 8^m$ del tiempo sidéreo, y así sucesivamente. De este modo, el tiempo sidéreo, y así sucesivamente. De este modo, el tiempo sidéreo de la culminación del Sol aumenta ininterrumpidamente, y el mediodía comienza en distintos momentos de los días sidéreos. La incomodidad es muy evidente.

§ 20. *Días solares verdaderos. Tiempo solar verdadero*

El intervalo de tiempo entre dos culminaciones sucesivas homónimas del Sol (más exactamente, del centro del disco solar) en un mismo meridiano geográfico se denomina *día solar verdadero*. Como comienzo del día solar verdadero en el meridiano dado se toma el momento de la culminación inferior del Sol (*la medianoche verdadera*).

El tiempo transcurrido desde la culminación inferior del Sol hasta cualquier otra posición de éste, expresado en fracciones de días solares verdaderos (en horas, minutos y segundos solares verdaderos) se denomina *tiempo solar verdadero* $T_\odot$.

El tiempo solar verdadero $T_\odot$ en el meridiano dado en cualquier momento es igual numéricamente al ángulo horario $t_\odot$ del Sol, expresado en medida horaria, más 12^h, es decir,

$$T_\odot = t_\odot + 12^h. \tag{1.18}$$

El ángulo horario del Sol, cuando éste se encuentra sobre el horizonte y no está cubierto por nubes, siempre se puede medir directamente. En el momento de la culminación superior del sol (al mediodía verdadero) $t_\odot = 0^h$ y, por consiguiente, el tiempo solar verdadero a mediodía siempre es igual a 12 horas.

La medición del tiempo con los días solares verdaderos es fácil, pero utilizar el tiempo solar verdadero en la vida cotidiana es tan incómodo como usar el tiempo sidéreo. La incomodidad surge porque la duración de los días solares verdaderos es una magnitud variable. La magnitud del retardo de la

culminación superior (e inferior) del Sol respecto al tiempo sidéreo (véase el § 19) es distinta en los diferentes días del año. Por consiguiente, también es variable la duración de los días solares verdaderos. Esta sería invariable si fuese también constante el incremento diurno de la ascensión recta del Sol. Pero esto no es así (véase § 16) por dos causas:

1) el Sol no se mueve por el ecuador celeste, sino por la eclíptica, inclinada respecto al ecuador celeste en un ángulo considerable $\varepsilon = 23°26'$;

2) el movimiento del Sol por la eclíptica es irregular. Como resultado de la primera causa la duración de los días solares verdaderos sería distinta incluso en caso de que el Sol se desplazase uniformemente por la eclíptica, es decir, si el incremento diurno de su longitud $\Delta\lambda$ fuera siempre igual. Efectivamente, en las proximidades de los puntos de los equinoccios los arcos iguales $AB = BC = \Delta\lambda$ de la eclíptica $\mathcal{E}\mathcal{E}'$ (fig. 13, *a*), proyectados sobre el ecuador celeste QQ', dan un incremento $\Delta\alpha$ de la ascensión recta del

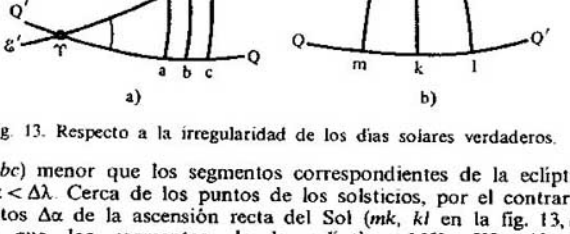


Fig. 13. Respecto a la irregularidad de los días solares verdaderos.

Sol (*ab*, *bc*) menor que los segmentos correspondientes de la eclíptica, es decir, $\Delta\alpha < \Delta\lambda$. Cerca de los puntos de los solsticios, por el contrario, los incrementos $\Delta\alpha$ de la ascensión recta del Sol (*mk*, *kl* en la fig. 13, *b*) son mayores que los segmentos de la eclíptica $MK = KL = \Delta\lambda$, como consecuencia de la divergencia de los círculos horarios a medida que se alejan de los polos. De tal modo, $\Delta\alpha > \Delta\lambda$.

Como resultado de la acción de ambas causas los días solares verdaderos, como por ejemplo, el 22 de diciembre, es en 50–51 segundos más largo que el 23 de septiembre. La inconstancia de la duración de los días solares verdaderos no permite utilizarlos para contar el tiempo en la práctica.

§ 21. *Días solares medios. Tiempo solar medio*

Para obtener días de duración constante, y que a su vez estén relacionados con el movimiento del Sol, en la astronomía se han introducido las nociones de dos puntos ficticios: *el sol ecliptico medio* y el *sol ecuatorial medio*. El sol ecliptico medio se mueve uniformemente por la eclíptica a la velocidad media del Sol y coincide con éste aproximadamente el 3 de enero y el 4 de julio

El sol ecuatorial medio se mueve uniformemente por el ecuador celeste a la velocidad constante del sol eclíptico medio y, simultáneamente con éste, pasa por el punto del equinoccio de primavera.

Por consiguiente, en cada instante la ascensión recta del sol ecuatorial medio es igual a la longitud del sol eclíptico medio. Las ascensiones rectas de ambos son iguales sólo cuatro veces al año, precisamente en los momentos en que ellos pasan los puntos de los equinoccios y cuando el sol eclíptico medio pasa por los puntos de los solsticios.

Con la introducción del sol ecuatorial medio, en el que los incrementos diurnos $\Delta\alpha$ de la ascensión recta son iguales, se elimina la inconstancia de la duración de los días solares y la irregularidad del tiempo solar verdadero.

El espacio de tiempo entre dos culminaciones sucesivas homónimas del sol ecuatorial medio en un mismo meridiano geográfico se denomina *día solar medio*, o simplemente *día medio*. De la definición del sol ecuatorial medio se deduce que la duración de los días solares medios es igual al valor medio de la duración de los días solares verdaderos en un año.

Como comienzo de los días solares medios en un meridiano dado se toma el momento de la culminación inferior del sol ecuatorial medio (*medianoche media*). El tiempo transcurrido desde la culminación inferior del sol ecuatorial medio hasta cualquier otra posición de éste, expresada en fracciones de día solar medio (horas, minutos, segundos medios), se denomina *tiempo solar medio* o, simplemente, *tiempo medio* T_m.

El tiempo medio T_m en cualquier momento en un meridiano dado es igual, numéricamente, al ángulo horario t_m del sol ecuatorial medio, expresado en medida horaria, más 12^h, es decir,

$$T_m = t_m + 12^h. \tag{1.19}$$

El sol ecuatorial medio no está señalado en el cielo con nada, por lo que no se puede medir su ángulo horario, y el tiempo solar medio se obtiene mediante cálculos habiendo determinado por observaciones el tiempo solar verdadero o el tiempo sidéreo.

Hasta el año 1925, durante las observaciones astronómicas, se admitía como comienzo de los días medios el momento de la culminación superior del sol medio. Por eso se distinguía el tiempo medio "astronómico" y el "civil". Desde 1925 los astrónomos comenzaron a contar el tiempo medio también desde medianoche, y ahora no hay ninguna necesidad de emplear los términos "tiempo astronómico" y "tiempo civil".

§ 22. *Ecuación de tiempo*

La diferencia entre el tiempo medio y el tiempo solar verdadero en un mismo momento se denomina *ecuación de tiempo* η. Basándose en (1.18), (1.19) y (1.15) la ecuación de tiempo

$$\eta = T_m - T_\odot = t_m - t_\odot = \alpha_\odot - \alpha_m. \tag{1.20}$$

De la última relación se deduce:

$$T_m = T_\odot + \eta, \tag{1.21}$$

es decir, el tiempo solar medio en cualquier momento es igual al tiempo solar verdadero más la ecuación de tiempo.

De este modo, midiendo directamente el ángulo horario $t_\odot$ del Sol, mediante (1.18) se determina el tiempo solar verdadero y, conociendo la ecuación de tiempo η en este momento, se halla por (1.21) el tiempo solar medio: $T_m = t_\odot - 12^h + \eta$.

Puesto que el sol ecuatorial medio pasa por el meridiano antes o después que el Sol verdadero, la diferencia de sus ángulos horarios (ecuación de tiempo) puede ser una magnitud tanto positiva como negativa.

La ecuación de tiempo y su variación en el transcurso del año se muestra en la fig. 14 con una línea curva continua. Esta curva es la suma de dos sinusoides: con períodos anual y semestral. La sinusoide con período anual (línea curva de trazos) da la diferencia entre el tiempo verdadero y el tiempo medio, determinada por el movimiento irregular del Sol por la eclíptica. Esta parte de la ecuación de tiempo se denomina *ecuación del centro* o *ecuación de excentricidad*. La sinusoide con período semestral (línea curva de trazos y puntos) representa en sí la diferencia de los tiempos, provocada por la inclinación de la eclíptica respecto al ecuador celeste, y se denomina *ecuación de inclinación de la eclíptica*.

La ecuación de tiempo se reduce a cero aproximadamente el 15 de abril, 1 de septiembre y 24 de diciembre, y cuatro veces al año adquiere valores extremos; entre éstos los más considerables son aproximadamente el 11 de febrero ($\eta = +14^m$) y el 2 de noviembre ($\eta = -16^m$).

La ecuación de tiempo se puede calcular para cualquier momento. Generalmente ésta se publica en los calendarios y anuarios astronómicos para cada medianoche media en el meridiano de Greenwich. Pero se debe tener en cuenta que en algunos de estos calendarios y anuarios la ecuación

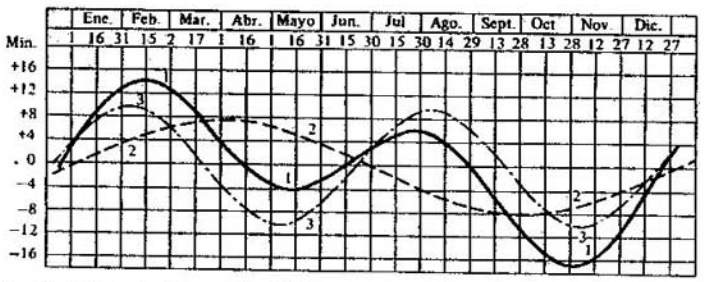


Fig. 14. Gráfico de la ecuación del tiempo: *1*, ecuación del tiempo; *2*, ecuación del centro, *3*, ecuación de la inclinación de la eclíptica.

de tiempo se da en el sentido de "tiempo verdadero menos tiempo medio" ($\eta = T_{\odot} - T_m$) y, por esto, tiene signo contrario. El sentido de la ecuación de tiempo siempre se aclara en las explicaciones de los calendarios (anuarios)

§ 23. *Relación entre el tiempo solar medio y el tiempo sidéreo*

Partiendo del hecho de que el año trópico tiene 365,2422 días solares medios no es difícil demostrar que el año trópico tiene días sidéreos en una unidad más, es decir, 366,2422.

Efectivamente, supongamos que en el momento del equinoccio de primavera de cierto año el sol ecuatorial medio y el punto del equinoccio de primavera se encuentran en la culminación superior. Después de transcurrido un día sidéreo el punto del equinoccio de primavera llegará de nuevo al meridiano celeste, y el sol ecuatorial medio no alcanzará éste, pues en un día sidéreo se desplazará por el ecuador celeste hacia el este en un arco de, aproximadamente 1°. El sol ecuatorial medio pasará por el meridiano celeste después del giro de la esfera celeste en este ángulo, para lo que se requiere cerca de 4^m de tiempo o, con mayor precisión, $3^m\ 56^s$.

Alejándose hacia el este cada día sidéreo en un arco de $3^m\ 56^s$ (ó $\sim 1°$) el sol ecuatorial medio, en el transcurso del año trópico, dará una vuelta alrededor del ecuador celeste (que es lo mismo que una vuelta aparente del Sol por la eclíptica) y, en el momento del próximo equinoccio de primavera, llegará de nuevo al punto del equinoccio de primavera. Pero en este momento el ángulo horario del sol medio y del punto del equinoccio de primavera no serán iguales a cero, pues el año trópico no contiene un número entero ni de días sidéreos ni de días medios.

No es difícil ver que, cualquiera que sea la duración del año trópico, el número de revoluciones diarias del Sol en este espacio de tiempo será inferior en una unidad al número de revoluciones diarias del punto del equinoccio de primavera.

En otras palabras,

$$365{,}2422 \text{ días solares medios} = 366{,}2422 \text{ días sidéreos},$$

de donde

$$1 \text{ día solar medio} = \frac{366{,}2422}{365{,}2422} \text{ día sidéreo}$$

y

$$1 \text{ día sidéreo} = \frac{365{,}2422}{366{,}2422} \text{ día solar medio}.$$

El coeficiente

$$K = \frac{366{,}2422}{365{,}2422} = 1{,}002738 \tag{1.22}$$

sirve para convertir los intervalos de tiempo solar medio en intervalos de tiempo sidéreo, y el coeficiente

$$K' = \frac{365{,}2422}{366{,}2422} = 0{,}997270 \tag{1.23}$$

sirve para convertir los intervalos de tiempo sidéreo en intervalos de tiempo solar medio. De este modo, si el intervalo de tiempo en unidades solares medias es ΔT_m, y en unidades sidéreas es Δs, entonces

$$\left.\begin{aligned} \Delta s &= K \cdot \Delta T_m, \\ \Delta T_m &= K' \cdot \Delta s. \end{aligned}\right\} \tag{1.24}$$

De aquí, en particular, se deduce que

24^h	de tiempo solar medio	$= 24^h03^m56^s{,}555$	de tiempo sidéreo
1^h	»	$= 1\ 0009{,}856$	»
1^m	»	$= 0\ 00{,}164$	»
1^s	»	$= 0\ 0{,}003$	»
24^h	de tiempo sidéreo	$= 23^h56^m04^s{,}091$	de tiempo solar medio
1^h	»	$= 59\ 50{,}170$	»
1^m	»	$= 59{,}836$	»
1^s	»	$= 0{,}997$	»

Para facilitar los cálculos, en virtud de las relaciones (1.24), se elaboran tablas detalladas por las que cualquier intervalo de tiempo, expresado en unas unidades, se puede indicar fácilmente en otras unidades.

Para los cálculos aproximados se admite que los días sidéreos son más cortos que los días medios (o, viceversa, los días medios son más largos que los días sidéreos) aproximadamente en 4^m, y que una hora sidérea es más corta que la hora media (o la media más larga que la sidérea) en 10^s. Por ejemplo, 5^h de tiempo medio $\approx 5^h00^m50^s$ de tiempo sidéreo, y 19^h de tiempo sidéreo $\approx 18^h56^m50^s$ de tiempo medio.

Sea el tiempo sidéreo en cierto momento en un meridiano dado igual a s, mientras que en este mismo meridiano sidéreo en la medianoche media precedente más próxima fue S. Entonces, después de la medianoche transcurrieron $(s-S)$ horas, minutos y segundos de tiempo sidéreo. Este intervalo, si lo expresamos en unidades de tiempo solar medio, será igual a $(s-S)K'$ horas, minutos y segundos de tiempo medio. Y puesto que en la medianoche media el tiempo solar medio es igual a 0^h, por consiguiente, en el momento s según el tiempo sidéreo el tiempo solar medio será $T_m = (s-S)K'$.

Por el contrario, sea el tiempo medio en cierto momento en el meridiano dado igual a T_m. Esto significa que después de la medianoche media transcurrieron T_m horas, minutos y segundos de tiempo medio. Este espacio de tiempo es igual a T_mK horas, minutos y segundos sidéreos, que transcurrieron desde la medianoche media. Y, si en la medianoche media de

una fecha determinada en el meridiano dado el tiempo sidéreo era S, entonces en el momento T_m el tiempo sidéreo será $s = S + T_m K$.

De ese modo, en ambos casos hay que conocer el tiempo sidéreo S en la medianoche media en el meridiano dado.

En los anuarios astronómicos se da el tiempo sidéreo S_o para cada medianoche media en el meridiano de Greenwich. Conociendo S_o es fácil calcular S en cualquier otro meridiano, si se sabe su longitud λ respecto a la de Greenwich, expresada en horas y fracciones de hora.

Efectivamente, puesto que los días medios son más largos que los días sidéreos en $3^m56^s,555$, S_o, al igual que S, aumenta diariamente en $3^m56^s,555$. Por consiguiente, en el meridiano con longitud λ al este de Greenwich el tiempo sidéreo en la medianoche media será menor en la magnitud $\lambda \cdot \frac{3^m56^s,555}{24^h}$, pues la medianoche media en este meridiano comenzará antes que la medianoche de Greenwich en λ^h. De aquí resulta

$$S = S_o = \frac{\lambda^h}{24^h} \cdot 3^m56^s,55. \qquad (1.25)$$

(La longitud λ se cuenta positiva hacia el este de Greenwich.) Para cálculos aproximativos, con precisión de hasta 5 minutos, el tiempo sidéreo S en la medianoche media en cualquier meridiano se puede calcular por la tabla siguiente:

Fecha		S	Fecha		S	Fecha		S
Septiembre	22	0^h	Enero	21	8^h	Mayo	23	16^h
Octubre	22	2	Febrero	21	10	Junio	22	18
Noviembre	22	4	Marzo	23	12	Julio	23	20
Diciembre	22	6	Abril	22	14	Agosto	22	22

Con esto se debe tener en cuenta que cada día el tiempo sidéreo se adelanta respecto al tiempo medio aproximadamente en 4^m

§ 24. *Sistemas de cómputo del tiempo*

1. Tiempo local y longitud. El tiempo, medido en un meridiano geográfico dado, se denomina *tiempo u hora local* de este meridiano. Para todos los lugares en un mismo meridiano el ángulo horario del punto del equinoccio de primavera (o del Sol, o del sol medio) es igual en un mismo momento. Por esto, en todo el meridiano geográfico el tiempo local (sidéreo o solar) es igual en un mismo momento.

Si la diferencia de las longitudes geográficas de dos puntos es $\Delta\lambda$ entonces, en el punto más oriental, el ángulo horario de cualquier astro será mayor en $\Delta\lambda$ que el ángulo horario del mismo astro en un punto más

occidental. Por ello, la diferencia de dos tiempos locales cualesquiera en dos meridianos, en un mismo momento físico, siempre será igual a la diferencia de las longitudes de estos meridianos, expresada en medida horaria (en unidades de tiempo):

$$\left.\begin{aligned} s_1 - s_2 &= \lambda_1 - \lambda_2, \\ T_{\odot 1} - T_{\odot 2} &= \lambda_1 - \lambda_2, \\ T_{m1} - T_{m2} &= \lambda_1 - \lambda_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1.26)$$

De las observaciones astronómicas se obtiene directamente el tiempo local de aquel meridiano en el que éstas se efectuaron.

2. Tiempo universal. El tiempo solar medio local del meridiano de Greenwich (meridiano de origen) se denomina *tiempo universal* T_0.

Haciendo en la fórmula (1.26) $T_{m2} = T_0$ y $\lambda_2 = 0$, $T_{m1} = T_m$ y $\lambda_1 = \lambda$, obtenemos:

$$T_m = T_0 + \lambda. \qquad (1.27)$$

es decir, *el tiempo local medio de cualquier punto en la Tierra siempre es igual al tiempo universal en este momento más la longitud del punto dado, expresada en medida horaria y tomada como positiva hacia el este de Greenwich.*

En los calendarios astronómicos los momentos de la mayoría de los fenómenos se indican por el tiempo universal T_0. Los momentos de estos fenómenos por el tiempo local T_m se determinan fácilmente por la fórmula (1.27).

3. Tiempo del huso horario. En la vida cotidiana es incómodo utilizar tanto el tiempo solar medio local como el tiempo universal. El primero porque en principio, hay tantos sistemas locales de cómputo del tiempo cuantos meridianos geográficos existen, es decir, son innumerables. Por esto, para establecer la sucesión de los acontecimientos y fenómenos registrados con el tiempo local, es absolutamente necesario conocer, además de los momentos, también la diferencia de las longitudes de aquellos meridianos en los que tuvieron lugar estos acontecimientos o fenómenos.

La sucesión de los acontecimientos registrados por el tiempo universal se establece con facilidad, pero la gran diferencia entre el tiempo universal y el tiempo local de los meridianos, separados del de Greenwich por distancias considerables, crea incomodidades al utilizar el tiempo universal en la vida cotidiana.

En 1884 se propuso *el sistema de cómputo del tiempo medio del huso horario*, cuya esencia consiste en lo siguiente. El cómputo del tiempo solamente se efectúa en los 24 meridianos geográficos *básicos (o fundamentales)*, situados unos respecto a los otros exactamente cada 15° (o cada 1^h) de longitud, aproximadamente en el centro de cada *huso horario*. Se denominan husos horarios a las partes de la superficie terrestre en las que, convencionalmente, ésta queda dividida por las líneas que van desde su polo Norte hasta su polo Sur y que distan de los meridianos básicos (fundamentales) aproximadamente 7°,5. Estas líneas, o límites de los husos

horarios, solamente siguen con exactitud los meridianos geográficos en los mares y océanos, así como en los lugares no poblados de la tierra firme. En su extensión restante dichas líneas pasan por las fronteras estatales, administrativo-económicas o geográficas, apartándose del meridiano correspondiente hacia uno u otro lado. Los husos horarios están numerados desde 0 hasta 23. Como meridiano de origen del huso cero se ha tomado el meridiano de Greenwich. El meridiano básico del primer huso horario está situado exactamente a 15° hacia el este del de Greenwich, el segundo a 30°, el tercero a 45°, etc., hasta el 23-avo huso horario, cuyo meridiano básico tiene una longitud oriental respecto al de Greenwich de 345° (o longitud occidental de 15°).

El tiempo local solar del meridiano básico de cualquier huso horario se denomina *tiempo del huso horario* T_n, por el que precisamente se realiza el cómputo del tiempo en todo el territorio que yace en el huso horario dado. La diferencia entre el tiempo local T_m de cualquier punto y el tiempo del huso horario T_n de este lugar, en virtud de la última ecuación (1.26), es

$$T_m - T_n = \lambda - n^h, \tag{1.28}$$

donde λ es la longitud oriental del punto desde Greenwich, y n^h es la cantidad de horas enteras, igual al número ordinal del huso horario en el que se encuentra el punto dado (longitud del meridiano básico del huso horario).

Puesto que los límites de los husos horarios están alejados de los meridianos básicos aproximadamente en 7°,5, la diferencia $(T_m - T_n)$ puede ser un poco mayor o menor de $\pm 30^m$ solamente para los puntos situados cerca de los límites de los husos horarios.

El tiempo de un huso horario dado n está relacionado con el tiempo universal mediante la relación evidente

$$T_n = T_0 + n^h. \tag{1.29}$$

También está absolutamente claro que la diferencia entre los tiempos de los husos horarios de dos puntos es una cantidad entera de horas, igual a la diferencia entre los números ordinales de sus husos horarios.

Con el fin de distribuir más racionalmente la energía eléctrica, suministrada a las empresas industriales y para la iluminación de las viviendas, y emplear más ampliamente la luz del día, en los meses de verano en muchos países se avanzan en 1^h las agujas de los relojes, que andan por el tiempo del huso horario (*tiempo u hora de verano*).

El paso se efectúa por disposición (decreto) gubernamental especial, ya sea solamente para el período estival o sea para todo el tiempo del año.

La relación del tiempo de verano T_v de cualquier punto con el tiempo del huso horario T_n, con el tiempo universal T_0 y con el tiempo solar medio local T_m se da en las relaciones siguientes:

$$\left.\begin{aligned} T_v &= T_n + 1^h, \\ T_v &= T_0 + n^h + 1^h, \\ T_v &= T_m - \lambda^h + n^h + 1^h. \end{aligned}\right\} \qquad (1.30)$$

En la vida cotidiana la hora de verano o el tiempo del huso horario de cualquier localidad se denomina frecuentemente hora "local" de este lugar; este tiempo no se debe confundir con la definición astronómica de tiempo local, sobre el que se habló al comienzo de este párrafo.

§ 25. *Calendario*

El sistema de cuenta de largos intervalos de tiempo se denomina *calendario*. Durante la larga historia de la humanidad se elaboraron numerosos y distintos sistemas de calendarios, que se pueden clasificar en tres tipos principales: *solares, lunares y lunisolares*. Los calendarios solares se basan en la duración del año trópico y los calendarios lunares se basan en la duración del mes sinódico, o lunar, sobre el que se tratará en el § 78. Los calendarios lunisolares se basan en la combinación de estos dos períodos.

El calendario moderno, adoptado en la mayoría de los países, es solar.

Un ejemplo de calendario lunar es el musulmán, cuyo año lunar se compone de 12 meses lunares y contiene 354 ó 355 días solares medios.

En el calendario lunisolar israelita el año se compone ora de 12 meses (354 días) ora de 13 meses (384 días). Además, hay años "abundantes" (de 355 y 385 días).

La unidad fundamental de medida del tiempo de los calendarios solares, como ya se dijo, es el año trópico. La duración del año trópico en días solares medios es igual a 365,2422 ($365^d5^h48^m46^s$).

Al elaborar el calendario solar es necesario cumplir dos condiciones:

1) la duración media del año civil en varios años debe aproximarse lo más posible a la duración del año trópico;

2) el año civil debe contener un número entero de días, ya que sería incómodo comenzar un año por la noche, otro por el día, el tercero por la tarde, etc.

En el calendario juliano (estilo antiguo), elaborado por el astrónomo de Alejandría Sosígenes e introducido por Julio César en el año 46 a. de n. e., estas condiciones se cumplen observando la simple regla siguiente:

la duración del año civil se considera igual a 365 *días solares medios en el transcurso de tres años consecutivos, y cada cuarto año contiene* 366 *días.*

Los años con duración de 365 días se denominan *comunes*, y los que duran 366 días se llaman *bisiestos*. En el calendario juliano son bisiestos aquellos años cuyos números se dividen exactamente por 4. En el año bisiesto febrero tiene 29 días, y en el año común, 28.

De este modo, la duración del año en el calendario juliano durante 4 años es, en término medio, igual a 365,25 días solares medios, es decir, el

año civil es más largo que el año trópico solamente en 0,0078 días.

La cuenta del tiempo con años julianos durante 128 años dará una discrepancia con la cuenta de años trópicos aproximadamente de 1 día, y durante 400 años la discrepancia será de unos 3 días (por ejemplo, el día del equinoccio de primavera, transcurridos 400 años por el calendario juliano, comenzará tres días antes). Esta discrepancia no tiene importancia práctica y, por eso, todos los países europeos usaron el calendario juliano cerca de 16 siglos.

El calendario gregoriano (nuevo estilo) surgió como resultado de la reforma del calendario juliano, realizada en 1582 con motivos religiosos por el papa de Roma Gregorio XIII.

Resultó ser que la discrepancia antes señalada del calendario juliano con la cuenta en años trópicos era incómoda para el sistema cronológico eclesiástico. De acuerdo con las reglas de la iglesia cristiana la fiesta de la Pascua debía comenzar en el primer domingo después del plenilunio de primavera, es decir, del plenilunio inmediato al día del equinoccio de primavera. En el año en que en el Concilio de Nicea (año 325 a. de n. e. se estableció este reglamento) el día del equinoccio de primavera por el calendario juliano caía en el 21 de marzo. En 1582, es decir, transcurridos 1257 años, el día del equinoccio de primavera coincidía ya con el 11 de marzo. Este paso del día del equinoccio de primavera (en un día cada 128 años) a fechas más tempranas provocaba confusiones e incertidumbre en la determinación del día de la Pascua y de otras fiestas cristianas. La reforma del calendario, realizada según el proyecto del doctor y matemático italiano Antonio Lilio, preveía, ante todo, el retorno de la fecha civil del 21 de marzo al día del equinoccio de primavera y, además, una enmienda en la regla del cómputo de los años comunes y bisiestos con el fin de reducir la discrepancia con la cuenta de años trópicos. Por esto, en la bula del papa Gregorio XIII había dos puntos de principio:

1) *después del* 4 *de octubre de* 1582 *fue prescripto considerar no el* 5, *sino el* 15 *de octubre*;

2) *no considerar en el futuro bisiestos aquellos años del siglo en los que el número de centenas no se divide exactamente por* 4 *(*1700, 1800, 1900, 2100, *etc.)*.

Con el primer punto de esta bula se eliminaba la discrepancia de 10 días del calendario juliano con la cuenta de años trópicos, acumulada desde 325, y al año siguiente el día del equinoccio de primavera comenzó de nuevo el 21 de marzo.

Con el segundo punto se establecía que la duración del año civil en el término medio de 400 años sería igual a 365,2425 días solares medios. De este modo, el año medio civil se convirtió en un año más largo que el año trópico solamente en 0,0003 días, y la cuenta del tiempo por el calendario gregoriano y por los años trópicos dará una discrepancia de 1 día tan sólo al cabo de 3300 años. Por esto, el perfeccionamiento ulterior del calendario gregoriano en este sentido no es racional.

El calendario gregoriano fue introducido en la mayoría de los países

occidentales en el transcurso de los siglos XVI–XVII. En Rusia se pasó al nuevo estilo solamente en 1918. En este año, de acuerdo al decreto del gobierno soviético, en lugar del 1 de febrero se consideró que era el 14 de febrero, ya que la discrepancia del calendario juliano con la cuenta de años trópicos en el año 1918 ya era de 13 días. Esta diferencia de 13 días se conservará hasta el 15 de febrero del año 2100 según el viejo estilo, o hasta el 28 de febrero del año 2100 según el estilo nuevo. Después de esta fecha la diferencia aumentará en un día y llegará a ser igual a 14 días.

El comienzo del año civil (*Año Nuevo*) es un concepto convencional. En el pasado, en algunos países, el Año Nuevo comenzaba el 25 de marzo, el 25 de diciembre, o en otros días. En Rusia, por ejemplo, hasta el siglo XV, se consideraba que el 1 de marzo era el primer día del año, y desde el siglo XV hasta 1700 se estimaba que este día era el primero de septiembre. Y sólo poco a poco se comenzó a considerar el 1 de enero como el comienzo del año civil, igual que al introducir el calendario juliano en el año 46 a. de n. e.

También es convencional la elección del comienzo de la cuenta de los años, es decir, establecer *la era*. En el pasado existieron hasta 200 eras diferentes, relacionadas con acontecimientos reales (entronización de monarcas, guerras, olimpiadas), legendarios (fundación de Roma) o, más frecuentemente, religiosos ("creación del mundo", "diluvio universal", y otros).

El comienzo de la cuenta de los años desde el "nacimiento de Jesucristo" fue propuesto por cenobita letrado Dionisio en el año 525 de nuestra era (en el año 1278 desde "la fundación de Roma"). Sin exponer argumento alguno Dionisio anunció que Jesucristo había nacido en el año 753 desde "la fundación de Roma". La proposición de Dionisio de considerar "el nacimiento de Jesucristo" como comienzo de una era no fue admitida de inmediato y se empezó a utilizar aproximadamente a partir del siglo VIII.

El establecimiento de doce meses en el año y de siete días en la semana, aunque tiene argumentación astronómica, es, no obstante, también convencional, y se conserva hasta la fecha por tradición.

Se pueden inventar (y se han inventado) sistemas de calendarios aún más exactos que el gregoriano. Pero, puesto que la exactitud de este último es más que suficiente, no hay necesidad de cambiar la duración media del año civil (es decir, de cambiar la regla del cómputo de los años bisiestos). Solamente es deseable una reforma en la distribución de los días en los meses. En el calendario gregoriano los meses son de distinta duración: de 28 a 31 días. Esto es poco cómodo. Este mismo inconveniente tienen también los trimestres del año.

Existen varios proyectos de reforma del calendario gregoriano que previenen la eliminación o disminución de estas imperfecciones. Uno de ellos, por lo visto el más simple, consiste en lo siguiente.

Todos los trimestres del año tienen la misma duración de 13 semanas, es decir, de 91 días. El primer mes de cada trimestre contiene 31 días, y los dos meses restantes 30 días cada uno. De este modo, cada trimestre (y cada año) comenzará siempre en un mismo día de la semana.

Pero, como 4 trimestres de 91 días cada uno suman 364 días, mientras que el año debe contener 365 ó 366 días (el bisiesto), entre el 30 de diciembre y el 1 de enero se interpone un día que está fuera de cuenta de los meses y semanas: el día que está fuera de cuenta de los meses y semanas: el día internacional festivo del Año Nuevo. Y en el año bisiesto un día semejante festivo, fuera de cuenta de los meses y semanas, se intercala después del 30 de junio.

Sin embargo, la cuestión respecto a la introducción de un calendario nuevo solamente puede ser resuelta a escala internacional

§ 26. *Días julianos*

Mediante la resta de la fecha más temprana en que sucedió un acontecimiento de la fecha más tardía de otro acontecimiento, dadas en un mismo sistema cronológico, se puede calcular el número de días transcurridos entre estos acontecimientos. Con ello es necesario tener en cuenta el número de años bisiestos; cuando los intervalos de tiempo son grandes los cálculos pueden ofrecer ciertas incomodidades y dar inseguridad de los resultados. Por esto, el problema respecto al número de días transcurridos entre dos fechas dadas, en la astronomía (por ejemplo, al investigar las estrellas variables) se resuelve más cómodamente por medio *del período juliano*, o *días julianos*. Así se llaman los días que se cuentan ininterrumpidamente desde el 1 de enero del año 4713 a. de n.e.

El comienzo de cada día juliano se considera el mediodía medio de Greenwich. En los anuarios astronómicos o en las tablas especiales se dan los números enteros de días julianos, transcurridos desde el comienzo de la cuenta hasta el mediodía medio de Greenwich de una fecha determinada. Por ejemplo, el mediodía medio del 10 de enero de 1980 se expresa en días julianos con el número 2 444 249, y la medianoche media de Greenwich de esta misma fecha se expresa con el número 2 444 248,5.

El comienzo del cómputo de los días julianos es convencional y fue propuesto en el siglo XVI de nuestra era por Escaligero, como el origen de un gran período de 7980 años, que es el producto de tres períodos menores:

1) del período de 28 años, a través del cual se repite la distribución de los días de la semana de siete días por los días del año;

2) del período de 19 años (ciclo de Metón);

3) del período de 15 años, que se utilizaba en el sistema romano recaudador.

Escaligero, partiendo de los números de los años adoptados en aquel tiempo en estos tres períodos, calculó que los primeros ciclos coincidían con el 1 de enero del año 4713 a. de J.C.

El período de 7980 años Escaligero lo llamó "juliano", en honor de su padre Julio.

§ 27. *Línea de fecha*

Al contar el tiempo en días civiles es menester convenir donde (en qué meridiano) comienza la fecha nueva (el día del mes).

De acuerdo con el convenio internacional la línea de fecha o de cambio de fecha (línea demarcadora) pasa en su mayor parte por el meridiano que dista 180° del de Greenwich, desviándose de éste hacia el occidente en las islas de Wrangel y Aleutianas, y hacia el oriente en las extremidades de Asia, en las islas de Fidji, Samoa, Tonga, Kermadec y Chatham.

La necesidad de establecer la línea de fecha está suscitada por las consideraciones siguientes. Durante la vuelta al mundo desde el occidente hacia el oriente el viajero pasa por puntos donde los rélojes, que andan según la hora local (o de huso horario), marcan cada vez una hora más que la hora local (de huso horario) del punto de partida del viajero. Avanzando gradualmente las agujas de su reloj el viajero, al final de su jornada, contará un día de sobra. Y al revés, durante la vuelta al mundo desde el oriente hacia el occidente se perderá un día. Precisamente para evitar los errores en la cuenta de los días, relacionados con este hecho, se estableció la línea de fecha.

Hacia el oeste de esta línea la fecha del día es siempre en una unidad mayor que al este de dicha línea. Por esto, al cruzar la línea de fecha desde el occidente hacia el oriente, es menester disminuir la fecha, y al cruzarla desde el oriente hacia el occidente aumentar ésta en una unidad. Por ejemplo, si un barco cruza la línea demarcadora el 8 de noviembre, navegando desde el oeste hacia el este, a la medianoche después de cruzar dicha línea, no se cambia la fecha en el barco, es decir, dos días seguidos se datan como 8 de noviembre. Y, por el contrario, si el barco cruza el 8 de noviembre la línea de fecha navegando desde el oriente hacia el occidente, a la medianoche, después de cruzar esta línea, se cambia la fecha de una sola vez al 10 de noviembre, no existiendo en el barco el día con el nombre de 9 de noviembre.

El cumplimiento de esta regla excluye el error en el cómputo de los días, cometido por los miembros de la primera expedición alrededor del mundo encabezada por Magallanes en el siglo XVI, que, al regresar a su patria, descubrieron que discreparon en la cuenta de los días del mes, con la de los habitantes que habían permanecido en el lugar, exactamente en un día.

§ 28. *Triángulo esférico y fórmulas fundamentales de la trigonometría esférica*

Muchos problemas de astronomía, relacionados con las posiciones y movimientos aparentes de los cuerpos celestes, se reducen a la resolución de *triángulos esféricos*.

Se denomina triángulo esférico a la figura ABC en la superficie de la esfera, formada por los arcos de tres círculos máximos (fig. 15).

Se denominan ángulos del triángulo esférico a los ángulos diedros entre

los planos de los círculos máximos, que forman los lados del triángulo esférico. Estos ángulos se miden por los ángulos planos en los vértices del triángulo entre las tangentes y sus lados.

Generalmente se estudian triángulos cuyos ángulos y lados son menores de 180°. Para semejantes triángulos esféricos la suma de los ángulos es siempre mayor de 180°, pero menor de 540°, y la suma de sus lados es siempre menor de 360°. La diferencia entre la suma de los tres ángulos del triángulo esférico y 180° se denomina exceso esférico σ, es decir,

$$\sigma = \angle A + \angle B + \angle C - 180°.$$

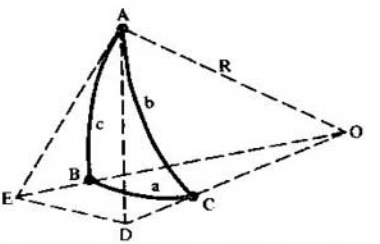


Fig. 15. Triángulo esférico. (El astro está en el Hemisferio Occidental).

El área del triángulo esférico s es igual a

$$s = \sigma \frac{\pi R^2}{180°},$$

donde R es el radio de la esfera en cuya superficie se ha formado el triángulo.

El triángulo esférico, de tal modo, se diferencia por sus propiedades del triángulo plano, y las fórmulas de la trigonometría en el plano no pueden ser aplicadas a él.

Tomemos el triángulo esférico ABC (fig. 15), formado en la esfera de radio R con centro en el punto O.

Desde el vértice A trazamos las tangentes AD y EA a los lados b y c hasta su intersección con las prolongaciones de los radios OC y OB, que yacen en un mismo plano que la tangente correspondiente. Uniendo con una recta los puntos de intersección D y E obtendremos dos triángulos oblicuángulos planos ADE y ODE con un lado común DE. Aplicando a estos triángulos los teoremas de la geometría elemental escribiremos

$$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD \cdot OE \cdot \cos a,$$

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AD \cdot AE \cos A,$$

Restando la segunda igualdad de la primera obtenemos

$$2OD \cdot OE \cdot \cos a = OD^2 - AD^2 + OE^2 - AE^2 + 2AD \cdot AE \cdot \cos A. \quad (1.31)$$

De los triángulos rectángulos planos OAE y OAD se deduce:

$$OD^2 - AD^2 = R^2; \quad OE^2 - AE^2 = R^2; \quad AD = R \operatorname{tg} b,$$

$$AE = R \operatorname{tg} c;$$

$$OD = \frac{R}{\cos b}; \quad OE = \frac{R}{\cos c}$$

Sustituyendo estas correlaciones en la fórmula (1.31) y efectuando las correspondientes simplificaciones y traslados obtenemos

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A, \quad (1.32)$$

es decir, *el coseno del lado del triángulo esférico es igual al producto de los cosenos de sus otros dos lados más el producto de los senos de estos mismos lados por el coseno del ángulo entre ellos*

La fórmula (1.32) se puede escribir para cualquier lado del triángulo. Vamos a escribirla, por ejemplo, para el lado b:

$$\cos b = \cos c \cos a + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} a \cos B$$

y, sustituyendo en ella el $\cos a$ de la fórmula (1.32), obtenemos

$$\cos b = \cos c(\cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A) + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} a \cos B.$$

Eliminando los paréntesis y traspasando el primer término del segundo miembro de la ecuación al primer miembro tendremos:

$$\cos b(1 - \cos^2 c) = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos c \cos A + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} a \cos B$$

Sustituyendo $(1 - \cos^2 c)$ por $\operatorname{sen}^2 c$ y simplificando todo por sen c obtendremos definitivamente

$$\operatorname{sen} a \cos B = \operatorname{sen} c \cos b - \cos c \operatorname{sen} b \cos A, \quad (1.33)$$

es decir, *el producto del seno del lado por el coseno del ángulo adyacente es igual al producto del seno del otro lado, que limita con el ángulo adyacente, por el coseno del tercer lado menos el producto del coseno del lado, que limita con el ángulo adyacente, por el seno del tercer lado y por el coseno del ángulo opuesto al primer lado.*

La fórmula (1.33) se denomina fórmula de los cinco elementos. Ella se puede escribir también por analogía para los productos sen $a \cos C$, sen $b \cos A$, sen $b \cos C$, sen $c \cos A$ y sen $c \cos B$.

Resolvamos ahora la igualdad (1.32) respecto al $\cos A$:

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

Elevando ambos miembros de la última igualdad al cuadrado y restándolos de la unidad obtenemos

$$1-\cos^2 A=\frac{\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c-(\cos a-\cos b\cos c)^2}{\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c}$$

ó

$$\operatorname{sen}^2 A=\frac{(1-\cos^2 b)(1-\cos^2 c)-(\cos a-\cos b\cos c)^2}{\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c}.$$

Después de suprimir los paréntesis y dividir ambos miembros de esta expresión por $\operatorname{sen}^2 a$ tenemos

$$\frac{\operatorname{sen}^2 A}{\operatorname{sen}^2 a}=\frac{1-\cos^2 a-\cos^2 b-\cos^2 c+2\cos a\cos b\cos c}{\operatorname{sen}^2 a\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c}.$$

La expresión obtenida es absolutamente simétrica respecto a a, b y c y, sustituyendo A por B, a por b o A por C y a por c, escribiremos

$$\frac{\operatorname{sen}^2 B}{\operatorname{sen}^2 b}=\frac{1-\cos^2 a-\cos^2 b-\cos^2 c+2\cos a\cos b\cos c}{\operatorname{sen}^2 a\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c},$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 C}{\operatorname{sen}^2 c}=\frac{1-\cos^2 a-\cos^2 b-\cos^2 c+2\cos a\cos b\cos c}{\operatorname{sen}^2 a\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c},$$

de donde

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} A}=\frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B}=\frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} C}=\text{const}\\ \text{o}\qquad&\\ &\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} b}=\frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B},\end{aligned}\right\}\qquad(1.34)$$

es decir, *los senos de los lados de un triángulo esférico son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos a dichos lados; o la relación entre el seno del lado de un triángulo esférico y el seno del ángulo opuesto es una magnitud constante.*

Las tres correlaciones deducidas (1.32), (1.33), (1.34) entre los lados y los ángulos del triángulo esférico son fundamentales; de éstas se pueden obtener otras muchas fórmulas de la trigonometría esférica. Nos limitaremos a la deducción de una sola fórmula para el triángulo rectángulo esférico. Supongamos que $A=90°$; entonces $\operatorname{sen} A=1$, $\cos A=0$ y, de la fórmula (1.33), obtenemos

$$\operatorname{sen} a\cos B=\operatorname{sen} c\cos b.$$

Dividiendo ambos miembros de esta igualdad por sen b y sustituyendo $\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} b}$ por $\frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B} = \frac{1}{\operatorname{sen} B}$, de acuerdo a (1.34), tendremos

$$\operatorname{ctg} B = \operatorname{sen} c \operatorname{ctg} b$$

o

$$\frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B} = \operatorname{sen} c, \tag{1.35}$$

es decir, *la relación entre la tangente de uno de los catetos del triángulo rectángulo esférico y la tangente del ángulo opuesto es igual al seno del otro cateto.*

§ 29. *Triángulo paraláctico y transformación de coordenadas*

Se denomina *triángulo paraláctico* al formado en la esfera celeste por la intersección del meridiano celeste, del círculo vertical y del círculo horario del astro. Sus vértices son el polo celeste (del mundo) P, el cenit Z y el astro M.

Si el astro M se encuentra en la mitad occidental de la esfera celeste (fig. 16), entonces el lado ZP (arco del meridiano celeste) es igual a $90° - \varphi$, donde φ es la latitud del lugar de observación; el lado ZM (arco del círculo vertical) es igual a la distancia cenital del astro $z = 90° - h$, donde h es la altura del astro; el lado PM (arco del círculo horario) es igual a la distancia polar del astro $p = 90° - \delta$, donde δ es la declinación del astro; el ángulo $PZM = 180° - A$, donde A es el acimut del astro; el ángulo $ZPM = t$, es decir, es igual al ángulo horario del astro; el ángulo $PMZ = q$ se denomina *ángulo paraláctico.*

Si el astro se encuentra en la mitad oriental de la esfera celeste (fig. 17) entonces los valores de los lados del triángulo paraláctico son los mismos que en el caso cuando el astro se encontraba en la mitad occidental, pero los valores de los ángulos en los vértices Z y P son otros, a saber: el ángulo $PZM = A - 180°$ y el ángulo $ZPM = 360° - t$.

El aspecto del triángulo paraláctico para un mismo astro depende de la latitud φ del lugar de observación (de la disposición mutua de P y Z) y del momento de la observación, es decir, del ángulo horario t.

Empleando las fórmulas fundamentales de la trigonometría esférica para el triángulo paraláctico (fig. 16), y considerando como iniciales al lado PM y al ángulo t, obtenemos

$$\cos(90° - \delta) = \cos(90° - \varphi)\cos z + \operatorname{sen}(90° - \varphi)\operatorname{sen} z \cos(180° - A),$$

$$\operatorname{sen}(90° - \delta)\operatorname{sen} t = \operatorname{sen} z \operatorname{sen}(180° - A),$$

$$\operatorname{sen}(90° - \delta)\cos t =$$

$$= \operatorname{sen}(90° - \varphi)\cos z - \cos(90° - \varphi)\operatorname{sen} z \cos(180° - A)$$

o

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen}\delta &= \operatorname{sen}\varphi\cos z - \cos\varphi\operatorname{sen} z\cos A,\\ \cos\delta\operatorname{sen} t &= \operatorname{sen} z\operatorname{sen} A,\\ \cos\delta\cos t &= \cos\varphi\cos z + \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen} z\cos A \end{aligned}\right\} \qquad (1.36)$$

Las fórmulas (1.36) sirven para calcular la declinación δ del astro y su ángulo horario t (y después también su ascensión recta $\alpha = s - t$) habiendo medido (o conociendo) su distancia cenital z y su acimut A (medidos en el momento de tiempo sidéreo s). En otras palabras, estas fórmulas sirven para el paso de las coordenadas horizontales del astro a las coordenadas ecuatoriales de éste.

Si consideramos como iniciales el lado $ZM = z$ y el ángulo $180° - A$ entonces las fórmulas fundamentales, aplicadas al triángulo paralácticó, se escribirán en la forma siguiente:

$$\cos z = \cos(90° - \varphi)\cos(90° - \delta) + \operatorname{sen}(90° - \varphi)\operatorname{sen}(90° - \delta)\cos t,$$

$$\operatorname{sen} z\operatorname{sen}(180° - A) = \operatorname{sen}(90° - \delta)\operatorname{sen} t,$$

$$\operatorname{sen} z\cos(180° - A) =$$

$$= \operatorname{sen}(90° - \varphi)\cos(90° - \delta) - \cos(90° - \varphi)\operatorname{sen}(90° - \delta)\cos t$$

$$\left.\begin{aligned} \cos z &= \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t,\\ \operatorname{sen} z\operatorname{sen} A &= \cos\delta\operatorname{sen} t,\\ \operatorname{sen} z\cos A &= -\cos\varphi\operatorname{sen}\delta + \operatorname{sen}\varphi\cos\delta\cos t. \end{aligned}\right\} \qquad (1.37)$$

Las fórmulas (1.37) sirven para calcular la distancia cenital z y el acimut A del astro (para cualquier momento de tiempo sidéreo s y para cualquier

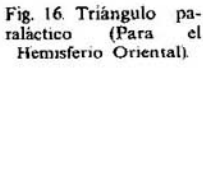


Fig. 16. Triángulo paralácticó (Para el Hemisferio Oriental).

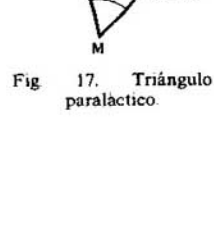


Fig. 17. Triángulo paralácticó.

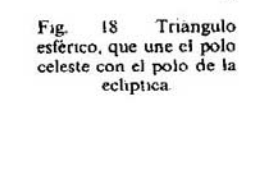


Fig. 18 Triangulo esférico, que une el polo celeste con el polo de la ecliptica.

latitud φ) conociendo la declinación δ del astro y su ángulo horario $t = s - \alpha$. Dicho de otro modo, estas fórmulas sirven para pasar de las coordenadas ecuatoriales del astro a las coordenadas horizontales de éste.

Además, las fórmulas (1.36) y (1.37) se emplean al calcular los momentos de la salida y puesta de los astros y los acimutes de éstos en esos momentos, y también al resolver dos problemas muy importantes de la astronomía práctica: la determinación de la latitud geográfica φ del lugar de observación y la determinación del tiempo local sidéreo s.

Para el paso de las coordenadas ecuatoriales del astro (α y δ) a las coordenadas eclípticas de éste (λ y β), y viceversa, se pueden deducir fórmulas análogas a (1.36) y (1.37). Solamente que en este caso las fórmulas fundamentales del § 28 se deben aplicar al triángulo esférico de la esfera celeste cuyos vértices son el polo celeste P, el polo de la eclíptica Π y el astro M, y los lados y ángulos tienen los valores indicados en la fig. 18.

§ 30. *Refracción*

La posición aparente del astro sobre el horizonte, hablando en rigor, difiere de la calculada por la fórmula (1.37). El hecho es que los rayos de luz del cuerpo celeste, antes de caer en el ojo del observador, atraviesan la atmósfera terrestre y se refractan en ella, y, puesto que la densidad de la atmósfera aumenta al acercarse a la superficie de la Tierra, el rayo de luz (fig. 19) se desvía más y más hacia un mismo lado por una línea curva, siendo así que la dirección OM_1, por la que el observador O ve el astro, resulta estar desviada hacia el lado del cenit y no coincide con la dirección OM_2 (paralela a BM), por la que dicho observador vería el astro de no existir la atmósfera.

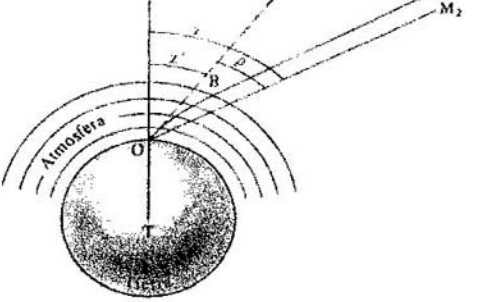


Fig. 19. Refracción astronómica.

El fenómeno de refracción de los rayos luminosos al atravesar éstos la atmósfera terrestre se denomina *refracción astronómica.*

El ángulo M_1OM_2 se denomina *ángulo de refracción* o *refracción* ρ. El ángulo ZOM_1 se denomina *distancia cenital aparente* z' del astro, y el ángulo ZOM_2 es la *distancia cenital verdadera* z.

De la fig. 19 se deduce directamente que

$$z - z' = \rho \quad \text{o} \quad z = z' + \rho,$$

es decir, *la distancia cenital verdadera de un astro es mayor que la aparente en la magnitud de la refracción* ρ. Es como si la refracción levantase al astro sobre el horizonte.

De acuerdo a las leyes de refracción de la luz, el rayo incidente y el rayo refractado yacen en un mismo plano. Por consiguiente, la trayectoria del rayo MBO y las direcciones OM_2 y OM_1 yacen en un mismo plano vertical. Por esto, la refracción no cambia el acimut del astro y, además, es igual a cero si el astro se encuentra en el cenit.

Si el astro se halla en su culminación la refracción modifica solamente su declinación, además, en la misma magnitud en que cambia la distancia cenital, ya que en este caso coinciden los planos de los círculos horario y vertical del astro. En los demás casos, cuando estos planos se cortan formando cierto ángulo, la refracción cambia tanto la declinación como la ascensión recta del astro.

La teoría exacta de la refracción es muy complicada y se estudia en cursos especiales. La refracción no sólo depende de la altura del astro sobre el horizonte, sino también del estado de la atmósfera, sobre todo de su densidad, la que a su vez es función, principalmente, de la temperatura y de la presión. A la presión de B mm de mercurio y temperatura de $t°$C el valor aproximado de la refracción

$$\rho = 60'',25 \frac{B}{760} \cdot \frac{273°}{273° + t°} \operatorname{tg} z'. \tag{1.38}$$

Por consiguiente, cuando la temperatura es de 0°C y la presión de 760 mm la refracción

$$\rho = 60'',25 \operatorname{tg} z'. \tag{1.39}$$

Por las fórmulas (1.38) y (1.39) la refracción se calcula en aquellos casos cuando la distancia cenital aparente $z' < 70°$. Si $z' > 70°$ las fórmulas (1.38) y (1.39) dan un error mayor de 1", que durante la aproximación ulterior hacia el horizonte aumenta hasta el infinito, mientras que la magnitud real de la refracción en el horizonte es de unos 35'. Por esto, para las distancias cenitales $z' > 70°$, la refracción se determina mediante la combinación de la teoría con observaciones especiales.

A causa de la refracción se observa el cambio de la forma de los discos del Sol y de la Luna durante su salida y puesta. La refracción de los bordes inferiores de los discos de estos astros en el horizonte es casi en 6' mayor

que la refracción de los bordes superiores y, puesto que los diámetros horizontales de la refracción no varían, los discos aparentes del Sol y de la Luna toman una forma ovalada.

§ 31. *Paralaje diurna*

Las coordenadas de los cuerpos celestes, determinadas por las observaciones en la superficie de la Tierra, se denominan *topocéntricas*. Las coordenadas *topocéntricas* de un mismo astro en un mismo momento, hablando en general, son distintas para los diferentes puntos en la superficie de la Tierra. Esta distinción solamente es visible para los cuerpos del Sistema Solar y, prácticamente, es imperceptible para las estrellas (menos de 0",00004). De la multitud de direcciones por las que se ve el astro desde

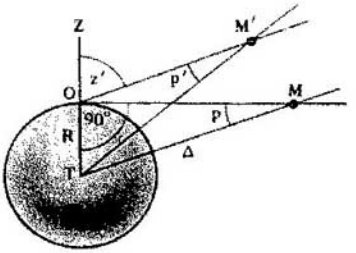


Fig. 20. Paralaje diurna

distintos puntos de la Tierra se considera como fundamental la dirección desde el centro de ésta. Dicha dirección da la posición *geocéntrica* del astro y determina las coordenadas *geocéntricas* de éste. El ángulo entre las direcciones por las que el astro M' se vería desde el centro de la Tierra y desde cualquier otro punto en la superficie de ésta se denomina *paralaje diurna* del astro (fig. 20). Dicho de otro modo, la paralaje diurna es el ángulo p' con el que desde el astro se vería el radio de la Tierra en el punto de observación.

Para el astro que en el momento de observación se encuentra en el cenit la paralaje diurna es igual a cero. Si el astro M se observa en el horizonte su paralaje diurna adquiere un valor máximo y se denomina *paralaje horizontal* p.

De la relación entre los lados y los ángulos de los triángulos TOM' y TOM (fig. 20) tenemos

$$\frac{R}{\Delta} = \frac{\operatorname{sen} p'}{\operatorname{sen} z'} \quad \text{y} \quad \frac{R}{\Delta} = \operatorname{sen} p.$$

De aquí obtenemos

$$\operatorname{sen} p' = \operatorname{sen} p \operatorname{sen} z'.$$

La paralaje horizontal no es una magnitud grande para todos los cuerpos del Sistema Solar (para la Luna, como término medio, $p = 57'$, para el Sol $p = 8'',79$, para los planetas es menor de $1'$).

Por esto, los senos de los ángulos p y p' en la última fórmula pueden ser sustituidos por los propios ángulos y se puede escribir entonces

$$p' = p \operatorname{sen} z'. \tag{1.40}$$

Por eso, a raíz de la paralaje diurna el astro parece estar más bajo sobre el horizonte de lo que estaría si la observación se efectuase desde el centro de la Tierra; con esto el influjo de la paralaje sobre la altura del astro es proporcional al seno de la distancia cenital, y su valor máximo es igual a la paralaje horizontal p.

Puesto que la Tierra tiene la forma de un esferoide, con el fin de evitar discordancias en la determinación de las paralajes horizontales, es necesario calcular los valores de éstas para un radio determinado de la Tierra. Como tal se toma el radio ecuatorial de la Tierra $R_0 = 6378$ km, y las paralajes horizontales calculadas para este radio se denominan *paralajes horizontales ecuatoriales* p_0. Precisamente estas paralajes de los cuerpos del Sistema Solar se dan en todos los manuales de consulta.

§ 32. *Cálculo de los momentos de tiempo y de los acimutes de salida y puesta de los astros*

El ángulo horario del astro se calcula por la primera fórmula (1.37), a saber:

$$\cos t = \frac{\cos z - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta}{\cos \varphi \cos \delta}. \tag{1.41}$$

Cuando cualquier punto de la bóveda celeste sale o se pone significa que este punto se encuentra en el horizonte y, por consiguiente, su distancia cenital aparente $z' = 90°$. En este momento su distancia cenital verdadera z, debido a la refracción (véase § 30), será mayor que la aparente en la magnitud $\rho_{90} = 35'$. La paralaje diurna hace descender al astro sobre el horizonte (véase § 31), es decir, aumenta la distancia cenital aparente z' en la magnitud de la paralaje horizontal p. Por consiguiente, la distancia cenital verdadera del punto en el momento de su salida o puesta $z = z' + \rho_{90} - p = 90° + \rho_{90} - p$.

Además, para el Sol y para la Luna, que tienen dimensiones considerables, las coordenadas se refieren al centro de su disco aparente, considerando como salida (o puesta) de estos astros el momento de la aparición (o desaparición) en el horizonte del punto superior del borde del disco. Así pues, la distancia cenital verdadera del centro del disco de estos astros en el momento de su salida o puesta será mayor que la distancia

cenital del punto superior del borde del disco en la magnitud del radio angular aparente R de este último. (Los radios angulares aparentes del Sol y de la Luna son, aproximadamente, iguales, en término medio, a 16'.)

De tal modo, al calcular el ángulo horario del astro en el momento de su salida y puesta, en la fórmula (1.41), en el caso más general, $z = 90° + \rho_{90} - p + R$, y entonces ésta se escribirá en la forma siguiente:

$$\cos t = \frac{\cos(90° + \rho_{90} - p + R) - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi\cos\delta}. \tag{1.42}$$

Según la fórmula (1.42) se calculan los ángulos horarios de la salida y puesta solamente para la Luna. En este caso $R_{\mathbb{C}} = 16'$, $p_{\mathbb{C}} = 57'$ y $\rho_{60} = 35'$, y la fórmula (1.42) toma el aspecto de

$$\cos t_{\mathbb{C}} = \frac{\cos 89°54' - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta_{\mathbb{C}}}{\cos\varphi\cos\delta_{\mathbb{C}}}$$

Al calcular los ángulos horarios de la salida y puesta del Sol se puede desatender de su paralaje horizontal y, cuando $R_{\odot} = 16'$ y $\rho_{90} = 35'$, la fórmula (1.42) toma el aspecto de

$$\cos t_{\odot} = \frac{\cos 90°51' - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta_{\odot}}{\cos\varphi\cos\delta_{\odot}}. \tag{1.43}$$

Para las estrellas y planetas también se pueden despreciar sus radios aparentes[1] y calcular los ángulos horarios de su salida y puesta por la fórmula

$$\cos t = \frac{\cos 90°35' - \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi\cos\delta}.$$

Y, por último, si despreciamos también la refracción, entonces el ángulo horario de salida y puesta se calcula por la fórmula

$$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\delta. \tag{1.44}$$

Cada una de las ecuaciones indicadas da dos valores del ángulo horario: $t_1 = t$ y $t_2 = -t$. El valor positivo corresponde a la puesta del astro, y el negativo corresponde a su salida. El tiempo local sidéreo de la salida y puesta, según la fórmula (1.15), es el siguiente:

$$s_{\text{sal.}} = \alpha - t,$$

$$s_{\text{pues.}} = \alpha + t.$$

Después se pueden calcular los momentos de la salida y puesta del astro por el tiempo solar local medio (véase el § 23) y por el tiempo legal (véase el § 24).

---

[1] El radio aparente de las estrellas es igual a cero; Venus tiene un radio aparente máximo de 29".

Si se calcula la salida y puesta del Sol no hay necesidad de calcular el tiempo sidéreo del fenómeno ya que, aumentando los ángulos horarios t_1 y t_2 en 12^h, obtenemos los momentos por el tiempo solar local verdadero, $T_\odot = t_\odot + 12^h$. Entonces el tiempo local medio

$$T_{sal} = 12^h - t_\odot + \eta,$$
$$T_{pues.} = 12^h + t_\odot + \eta,$$

donde η es la ecuación del tiempo (véase el § 22), que se halla igual que los α y δ del Sol, en el Anuario Astronómico.

Los acimutes de los puntos de salida y puesta de los astros (sin tener en cuenta la refracción, la paralaje y el radio horario) se obtienen si en la primera fórmula (1.36) suponemos $z = 90°$; entonces $\cos z = 0$, $\operatorname{sen} z = 1$ y

$$\cos A = -\frac{\operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi}. \tag{1.45}$$

Por la fórmula (1.45) obtenemos dos valores del acimut: $A_1 = A$ y $A_2 = 360° - A$. El primer valor es el acimut del punto de puesta del astro, el segundo valor es el acimut de su punto de salida.

Presentemos ahora las fórmulas (1.45) y (1.44) en la forma

$$\cos A = -\frac{\operatorname{sen}\delta}{\operatorname{sen}(90° - \varphi)} \quad \text{y} \quad \cos t = -\frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg}(90° - \varphi)}. \tag{1.46}$$

Puesto que el coseno no puede ser mayor de 1, de estas fórmulas se deduce que la salida y la puesta del astro solamente son posibles con la condición

$$|\delta| < (90° - |\varphi|)$$

[véase la fórmula (1.4), § 13]

§ 33. *Crepúsculo. Noches blancas*

La parte del día después de la puesta del Sol se denomina *crepúsculo vespertino*, (u *ocaso*) y la parte antes de la salida de éste se denomina *crepúsculo matutino* (*alba* o *aurora*). Los crepúsculos, que son el debilitamiento gradual de la luz del día después de la puesta del Sol o la disminución de la obscuridad de la noche antes de la salida del Sol, provienen de la dispersión de la luz por las capas de aire, que se encuentran por encima del horizonte del observador (fig. 21). Se distinguen los crepúsculos *civil* y *astronómico*.

Los crepúsculos vespertinos civiles comienzan en el momento de la puesta del Sol y continuan hasta que la altura del centro del disco solar no sea $h_\odot = -6°$. Los crepúsculos matutinos civiles comienzan antes de la salida del Sol, cuando la altura de su centro $h_\odot = -6°$, y terminan en el momento de la salida del Sol.

Los crepúsculos astronómicos (matutinos y vespertinos) duran más, pues

como comienzo o final de ellos se toma aquel momento en el que la altura del centro del Sol $h_\odot = -18°$.

Cuando terminan los crepúsculos vespertinos civiles se tiene que recurrir a la iluminación artificial; en el cielo solamente se ven las estrellas más brillantes. Al final de los crepúsculos astronómicos vespertinos desaparecen las últimas huellas del atardecer, comienza la noche, y en el cielo ya se ven las estrellas débiles.

La duración Δt de los crepúsculos depende de la latitud geográfica del lugar y de la declinación $\delta_\odot$ del Sol, es decir, de las estaciones del año, y se calcula por la fórmula

$$\cos(t + \Delta t) = \frac{\operatorname{sen} h_\odot - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta_\odot}{\cos\varphi \cos\delta_\odot}, \tag{1.47}$$

donde la altura del centro del Sol $h_\odot = -6°$ para los crepúsculos civiles y $h_\odot = -18°$ para los astronómicos, mientras que el ángulo horario t de la salida o puesta del Sol se halla por la fórmula (1.43).

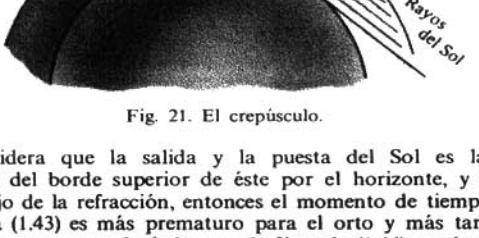


Fig. 21. El crepúsculo.

Si se considera que la salida y la puesta del Sol es la aparición y desaparición del borde superior de éste por el horizonte, y se tiene en cuenta el influjo de la refracción, entonces el momento de tiempo calculado por la fórmula (1.43) es más prematuro para el orto y más tardío para el ocaso que los momentos calculados por la fórmula (1.44), es decir, sin tener en cuenta el radio aparente del Sol y la refracción. Por esto, en todas las latitudes geográficas y en todos los días del año, la duración del día es mayor que sino se tuviese el influjo de estas causas. Y aquello que se dijo en los §§ 16 y 17 respecto a la duración del día y de la noche en los diferentes lugares de la Tierra en las distintas estaciones del año, se debe precisar. Justamente, en el ecuador de la Tierra el día siempre es de mayor duración que la noche, en los polos de la Tierra el día polar dura más de medio año, y en las demás latitudes geográficas la igualdad de duración del día y de la noche comienza antes que el Sol llegue al punto del equinoccio de primavera y más tarde que el día teórico del equinoccio de otoño.

En la latitud geográfica $\varphi = 60°34'$, en el día del solsticio estival ($\delta_\odot = +23°26'$), la altura $h_\odot$ del Sol en su culminación inferior (a medianoche) de acuerdo con la fórmula (1.13) es igual a $-6°$. Por consiguiente, en la

latitud $\varphi = 60°34'$, en el día del solsticio estival, el final de los crepúsculos vespertinos civiles coincide con el comienzo de los crepúsculos matutinos civiles, es decir, los crepúsculos civiles duran toda la noche, lo que dio motivo para llamar blanca a semejante noche. El número de noches blancas al año y la posibilidad de su comienzo dependen de la latitud geográfica del lugar y de la declinación del Sol. Para que el crepúsculo civil dure toda la noche es necesario que la declinación del Sol

$$\delta_\odot \geqslant 90° - \varphi - 6°, \quad \text{es decir,} \quad \delta_\odot \geqslant 84° - \varphi.$$

Los crepúsculos astronómicos con más razón pueden durar toda la noche. Para esto es necesario que la declinación del Sol sea

$$\delta_\odot \geqslant 90° - \varphi - 18° \quad \text{o} \quad \delta_\odot \geqslant 72° - \varphi.$$

De aquí se deduce que los crepúsculos astronómicos continuos pueden tener lugar en las latitudes geográficas $\varphi \geqslant 48°34'$.

2

MOVIMIENTOS APARENTES Y VERDADEROS DE LOS PLANETAS

§ 34. *Movimientos aparentes de los planetas en el fondo de las estrellas*

Los planetas (véase el § 8), según sus movimientos aparentes, se dividen en dos grupos: *inferiores* o *interiores* (Mercurio, Venus) y *superiores* o *exteriores* (todos los restantes, excepto la Tierra).

Los movimientos de los planetas inferiores y superiores por las constelaciones son distintos. Mercurio y Venus siempre se encuentran o en la misma constelación donde se encuentra el Sol, o en la constelación vecina. Dichos planetas se pueden encontrar tanto al este como al oeste del Sol, pero no más lejos de 18–28° (Mercurio) y de 45–48° (Venus). El alejamiento angular máximo del planeta hacia el este del Sol se denomina *elongación máxima oriental*; hacia el oeste, *elongación máxima occidental*. Durante la elongación oriental el planeta se ve en el occidente en los rayos del crepúsculo vespertino, al poco tiempo del ocaso del Sol, y se pone después de éste, transcurrido cierto tiempo.

Luego, desplazándose con movimiento retrógrado (es decir, de este a oeste), al principio despacio, y después con mayor rapidez, el planeta comienza a aproximarse al Sol, se esconde en sus rayos y deja de ser visible. En este momento comienza *la conjunción inferior* del planeta con el Sol: el planeta pasa entre la Tierra y el Sol. Las longitudes eclípticas (véase el § 15) del Sol y de los planetas son iguales. Transcurrido algún tiempo después de la conjunción inferior el planeta vuelve de nuevo a ser visible, pero ahora ya en el oriente, en los rayos del crepúsculo matutino, poco antes de salir el Sol. En este momento el planeta continúa desplazándose con movimiento retrógrado, alejándose paulatinamente del Sol. Disminuyendo la velocidad del movimiento retrógrado y habiendo alcanzado la elongación máxima occidental, el planeta se para y cambia la dirección de su movimiento por la del movimiento directo. Ahora el planeta se desplaza de oeste a este, primero despacio, y después más de prisa. Su alejamiento del Sol disminuye y, por último, el planeta se oculta en los rayos matutinos del Sol. En este momento el planeta pasa por detrás del Sol, las longitudes eclípticas de ambos astros de nuevo son iguales: tiene lugar *la conjunción superior* del planeta con el Sol, después de la cual, transcurrido cierto tiempo, el planeta se verá de

nuevo en el occidente en los rayos del crepúsculo vespertino. Al seguir desplazándose en movimiento directo, el planeta disminuirá paulatinamente su velocidad.

Una vez alcanzado el alejamiento oriental máximo el planeta se para, cambia la dirección de su movimiento por la del retrógrado, y todo se repite de nuevo. De esa manera los planetas inferiores efectúan algo así como "oscilaciones" cerca al Sol, igual que el péndulo respecto a su posición media.

Los movimientos aparentes de los planetas superiores transcurren de modo distinto. Cuando un planeta superior se ve después de la puesta del Sol en el horizonte occidental, este planeta se desplaza entre las estrellas con movimiento directo, es decir, de oeste a este, como el Sol. Pero la velocidad de su movimiento es menor que la del Sol, que alcanza paulatinamente al planeta, dejando éste de ser visible por cierto tiempo, pues sale y se pone casi simultáneamente con el Sol. Después, cuando el Sol deje atrás al planeta, este último se hará visible en el oriente, antes de la salida del Sol. La velocidad de su movimiento directo disminuye gradualmente, el planeta se para y, a continuación, comienza a desplazarse entre las estrellas con movimiento retrógrado, de este a oeste (fig. 22). Pasado cierto tiempo el planeta se detiene de nuevo, cambia la dirección de su movimiento por la del directo, otra vez por el occidente se le adelanta el Sol y de nuevo deja de ser visible; todos los fenómenos se repiten en el mismo orden.

En la mitad del arco de su movimiento retrógrado el planeta se encuentra en la constelación opuesta a aquella en la que en ese momento se encuentra el Sol. La diferencia de las longitudes eclípticas del planeta y del Sol es igual a 180°. Semejante posición del planeta se denomina *de oposición* al Sol. En la mitad del arco del movimiento directo del planeta, cuando el Sol y el planeta se encuentran en una misma constelación, sus longitudes eclípticas son iguales. Esta posición se denomina *conjunción* del planeta con el Sol.

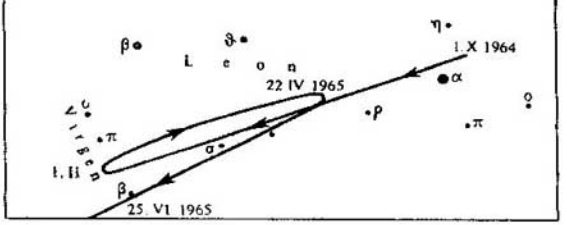


Fig. 22. Movimiento aparente de Marte en los años 1964–1965.

La situación del planeta respecto al Sol en 90° hacia el este se denomina *cuadratura oriental*, y en 90° hacia el oeste se llama *cuadratura occidental*. Los valores medios de los arcos de los movimientos retrógrados de los planetas son: Mercurio, cerca de 12°; Venus, cerca de 16°; Marte, 15°; Júpiter, 10°; Saturno, 7°; Urano, 4°; Neptuno, 3°; Plutón, 2°.

Las posiciones de los planetas respecto al Sol, descritas más arriba, se denominan *configuraciones* de los planetas.

§ 35. *El sistema del mundo de Ptolomeo*

La explicación de los movimientos aparentes de los planetas y de otros cuerpos celestes se complica por el hecho de que todos estos movimientos los observamos desde la Tierra, y en las observaciones de los fenomenos celestes o terrestres no hay nada que, de forma directa y determinada, indique si la misma Tierra se mueve o es inmóvil. Por esto, entre los astrónomos antiguos, existían dos puntos de vista sobre esta cuestión. De acuerdo a uno de estos puntos de vista, basado en las impresiones naturales, la Tierra es inmóvil y se encuentra en el centro del mundo (del Universo). De acuerdo al segundo punto de vista, que en aquel entonces se basaba sólo en conclusiones puramente especulativas, la Tierra gira alrededor de su eje y se mueve alrededor del Sol, que es el centro del mundo. Pero la suposición del movimiento de la Tierra contradecía demasiado a las impresiones habituales y a las opiniones religiosas. Por ello, el segundo punto de vista no pudo obtener un desarrollo matemático detallado, y en la astronomía se afirmó por mucho tiempo la opinión respecto a la inmovilidad de la Tierra.

Las concepciones de los astrónomos antiguos respecto a la estructura del Universo están expuestas en las obras de Ptolomeo "Megale sintaxis" ("La Gran Composición Matemática de la Astronomía".) La traducción árabe de la obra de Ptolomeo se conoce con el título, desfigurado por los sabios árabes, de "Almagesto".

El sistema del mundo de Ptolomeo se basa en cuatro supuestos fundamentales: 1) la Tierra se encuentra en el centro del Universo; 2) la Tierra es inmóvil; 3) todos los cuerpos celestes se mueven alrededor de la Tierra; 4) el movimiento de los cuerpos celestes tiene lugar por circunferencias a velocidad constante, es decir, es uniforme.

El sistema del mundo de Ptolomeo se denomina *geocéntrico* y puede ser representado de la siguiente manera simplificada: los planetas se mueven uniformemente por círculos denominados *epiciclos*, cuyos centros, a su vez, se mueven por otros círculos denominados *deferentes*, en cuyo centro común se encuentra la Tierra inmóvil. El Sol y la Luna se mueven alrededor de la Tierra por círculos deferentes (sin epiciclos). Los círculos deferentes del Sol y de la Luna y los círculos deferentes y epiciclos de los planetas yacen en el interior de una esfera, en cuya superficie están situadas las estrellas "inmóviles".

El movimiento diurno de todos los astros se explicaba por la rotación del Universo como un todo alrededor de la Tierra inmóvil. Los movimientos

directos y retrógrados de los planetas se explicaban de la manera siguiente. Cuando el planeta se encuentra en el punto *A* de su epiciclo (fig. 23) la velocidad angular de su movimiento, que se observa desde la Tierra inmóvil *T*, se compone del movimiento del centro *E* del epiciclo por el círculo deferente y del movimiento del planeta por el epiciclo. En esta posición parecerá ser que el planeta se desplaza con movimiento directo a una velocidad máxima. Cuando el planeta se encuentra en el punto *B* su movimiento por el epiciclo tiene lugar hacia el lado contrario al movimiento del centro del epiciclo, y su velocidad angular observada desde la Tierra será mínima. Si con esto la velocidad del planeta por el epiciclo es menor que la velocidad del centro de este último, entonces parece que en esta posición el planeta se desplazará también con movimiento directo, pero moderado. Si, por el contrario, su velocidad por el epiciclo es mayor que la velocidad del

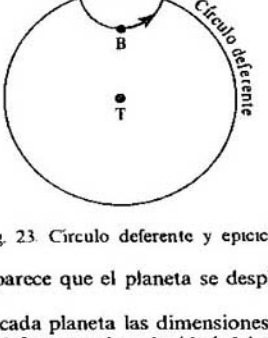


Fig. 23. Círculo deferente y epiciclo.

centro de éste, entonces parece que el planeta se desplazara con movimiento retrógrado.

Ptolomeo eligió para cada planeta las dimensiones relativas de los radios del epiciclo y del círculo deferente y la velocidad del movimiento del planeta por el epiciclo y del centro de éste por el círculo deferente, de tal manera que al observar desde un punto *T* se obtuviese un movimiento coincidente o parecido al observado. Esto resultó posible si se cumplían ciertas condiciones, que Ptolomeo aceptó en calidad de postulados. Estos postulados se reducen a lo siguiente: 1) los centros de los epiciclos de los planetas inferiores yacen en la dirección de *T* al Sol; 2) los radios de los epiciclos, trazados en el punto de la posición del planeta, son paralelos a esta dirección para todos los planetas superiores. De esa manera, la dirección hacia el Sol en el sistema geocéntrico del mundo resultaba ser, prácticamente, predominante. Además, del sistema de Ptolomeo se deducía que los períodos de revolución de los centros de los epiciclos por los círculos deferentes son iguales a los períodos sidéreos de revolución de los planetas correspondientes, y los períodos de revolución de los planetas por los

epiciclos son iguales a sus períodos sinódicos (véase el § 38). No obstante, en lugar de estas tesis, Ptolomeo prácticamente postulaba la relación (2.2), que será deducida en el § 38. Lo dicho significa que el sistema del mundo de Ptolomeo contenía en sí las singularidades principales de los movimientos verdaderos de los planetas, que solamente fueron descubiertas gracias al genio de Copérnico.

El sistema de Ptolomeo no sólo explicaba los movimientos aparentes de los planetas, sino que permitía también calcular la posición de éstos en el futuro con una exactitud que satisfacía las observaciones imperfectas a simple vista. Por esto, aunque en sus principios era incorrecto, dicho sistema no provocó en principio objeciones serias, y posteriormente las réplicas manifiestas contra él fueron reprimidas cruelmente por la iglesia cristiana.

En cuanto a las divergencias de la teoría con las observaciones, que se revelaban a medida que aumentaba la precisión de éstas, se eliminaban mediante la complicación del sistema. Así, por ejemplo, ciertas irregularidades en los movimientos aparentes de los planetas, descubiertas por observaciones ulteriores, fueron explicadas como que no era el planeta, sino que el centro del segundo epiciclo el que revolucionaba alrededor del centro del primer epiciclo, por cuya circunferencia se movía ya el planeta. Cuando semejante composición para cualquier planeta también resultaba ser insuficiente, se introducían entonces el tercero, cuarto, etc., epiciclos, hasta que la posición del planeta en la circunferencia del último epiciclo no daba un ajuste con las observaciones más o menos tolerable.

Al comienzo del siglo XVI el sistema de Ptolomeo era tan complicado que ya no podía satisfacer aquellas exigencias que la vida práctica planteaba a la astronomía, y en primer lugar, la navegación. Se requerían métodos más simples para el cálculo de las posiciones de los planetas, y semejantes métodos fueron creados por el genial sabio polaco Nicolás Copérnico, que fundamentó los principios de una nueva astronomía, sin la que no hubiese podido surgir y desarrollarse la astronomía moderna.

§ 36. *El sistema del mundo de Copérnico*

El libro de Copérnico "De revolutionibus orbium celestium", es la obra de toda su vida y fue publicado en 1543, poco antes de la muerte del sabio. En él Copérnico elaboró matemáticamente la idea respecto a los movimientos de la Tierra y dio comienzo a la nueva astronomía. El sistema del mundo creado por él se denomina *heliocéntrico*. En su base estaban las siguientes afirmaciones: 1) en el centro del mundo se encuentra el Sol (en griego, *helios*), y no la Tierra; 2) la Tierra esferoidal gira alrededor de su eje, y esta rotación explica el movimiento aparente diurno de todos los astros; 3) la Tierra, al igual que los demás planetas, gira alrededor del Sol y esta rotación explica el movimiento aparente del Sol entre las estrellas; 4) todos los movimientos aparecen en forma de combinaciones de movimientos uni-

formes circulares; 5) los movimientos aparentes directos y retrógrados de los planetas no pertenecen a éstos, sino a la Tierra[1].

Además, Copérnico consideraba que la Luna se mueve alrededor de la Tierra y que, como satélite, junto con ésta, se mueve alrededor del Sol.

Basándose en los datos de observaciones, Copérnico, ante todo, llegó a la conclusión de que todos los planetas, incluso la Tierra, giran alrededor del Sol aproximadamente en un mismo plano. Solamente con esta condición las rutas de los planetas visibles desde la Tierra pueden situarse en el cielo cerca de la eclíptica.

Puesto que Mercurio y Venus en sus movimientos aparentes no se alejan mucho del Sol (véase § 34), sus rutas en el espacio, u órbitas, se encuentran más cerca del Sol que la órbita de la Tierra. Con esto Venus se encuentra más lejos del Sol que Mercurio, ya que sus apartamientos aparentes del Sol son mayores. Los demás planetas giran alrededor del Sol a una distancia más alejada que la Tierra. El más cercano a la Tierra es Marte, ya que su movimiento aparente entre las estrellas es el más rápido. A éste le siguen Júpiter, que es más "lento", y Saturno, que es absolutamente "lento".

Copérnico, por primera vez en la astronomía, formuló un plan correcto de la estructura del Sistema Solar, habiendo determinado las distancias relativas de los planetas al Sol (en unidades de distancia de la Tierra al Sol) y habiendo calculado los períodos de revolución de los planetas alrededor de éste. Las explicaciones de los movimientos aparentes de los planetas, dadas por Copérnico, son simples y naturales, y en principio no contradicen a la explicación científica de estos fenómenos que da la astronomía contemporánea.

El movimiento diurno de todos los cuerpos celestes era correctamente considerado por Copérnico como aparente, lo que explicaba por el hecho de la rotación de la Tierra alrededor de su eje. Copérnico también consideraba sólo aparente al movimiento anual del Sol por la eclíptica, provocado por el movimiento verdadero de la Tierra en el espacio alrededor del Sol. Puesto que las estrellas se encuentran mucho más lejos de la Tierra que el Sol, al girar la Tierra alrededor de éste, nos parece como si el Sol se desplazase entre las estrellas inmóviles siempre en una misma dirección. Y, por último, los movimientos complejos aparentes, directos y retrógrados de los planetas, Copérnico los explicaba como el resultado de la combinación de dos movimientos verdaderos: del movimiento del planeta y del movimiento de la Tierra por sus respectivas órbitas alrededor del Sol.

§ 37. *Explicación de las configuraciones y de los movimientos aparentes de los planetas*

Durante su movimiento por las órbitas los planetas pueden ocupar distintas posiciones respecto al Sol y a la Tierra. Sea que en cierto momento

[1] Esta tesis se expone en la formulación del propio N. Copérnico ("Comentario Pequeño", axioma 7).

(fig. 24) la Tierra T ocupa en su órbita alguna posición respecto al Sol C. El planeta inferior o superior puede encontrarse en este momento en cualquier punto de su órbita.

Si un planeta inferior V se encuentra en uno de los cuatro puntos V_1, V_2, V_3 o V_4 indicados en la figura, dicho planeta se verá desde la Tierra en conjunción inferior (V_1) o conjunción superior (V_3) con el Sol, en las elongaciones máxima occidental (V_2) o máxima oriental (V_4). Si un planeta superior M se encuentra en los puntos M_1, M_2, M_3 o M_4 de su órbita dicho planeta se verá desde la Tierra en oposición (M_1), en conjunción (M_3), en cuadraturas occidental (M_2) u oriental (M_4).

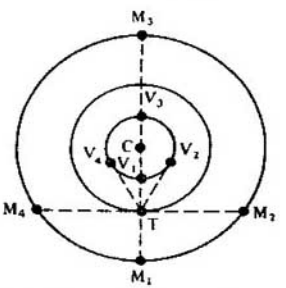


Fig. 24. Configuración de los planetas.

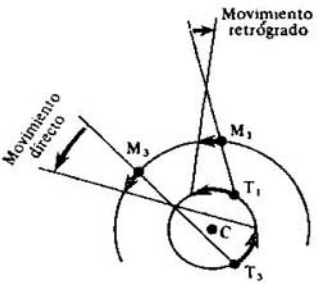


Fig. 25. Movimientos directo y retrógrado de un planeta superior.

El planeta inferior se encuentra más cerca que nunca de la Tierra en el momento de la conjunción inferior, y más lejos que nunca en el momento de la conjunción superior. El planeta superior se acerca a la Tierra a una distancia mínima en el momento de oposición, y se aleja de ella a una distancia máxima en el momento de conjunción. Así se explican las configuraciones de los planetas.

La esencia de la explicación de los movimientos directo y retrógrado consiste en la comparación de las velocidades orbitales lineales del planeta y de la Tierra.

Cuando el planeta superior (fig. 25) se encuentra cerca de la conjunción (M_3) su velocidad está dirigida hacia el lado contrario a la velocidad de la Tierra (T_3). Desde la Tierra parece que el planeta se desplaza con movimiento directo, es decir, hacia el lado de su movimiento verdadero, de derecha a izquierda. Con esto, su velocidad parecerá estar acrecentada. Cuando el planeta superior se encuentra cerca de la oposición (M_1) su velocidad y la velocidad de la Tierra están dirigidas hacia un mismo lado. Pero la velocidad lineal de la Tierra es mayor que la velocidad lineal del planeta superior y, por esto, desde la Tierra, parece que el planeta se

desplaza hacia el lado contrario, es decir, con movimiento retrógrado, de izquierda a derecha.

Razonamientos parecidos explican por qué los planetas inferiores (Mercurio y Venus) se desplazan entre las estrellas cerca de su conjunción inferior (V_1) con movimiento retrógrado, y cerca de su conjunción superior (V_3) con movimiento directo (fig. 26).

§ 38. *Períodos de rotaciones sinódicas y sidéreas de los planetas*

Se denomina *período sinódico de rotación* (S) del planeta al intervalo de tiempo entre dos configuraciones sucesivas homónimas de dicho planeta.

Se denomina *período sidéreo o estelar de rotación* (T) del planeta al

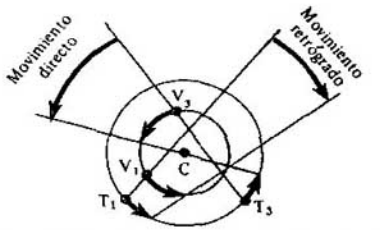


Fig. 26. Movimientos directo y retrógrado de un planeta inferior

intervalo de tiempo en el transcurso del cual el planeta da por su órbita una vuelta completa elrededor del Sol.

El período sidéreo de rotación de la Tierra se llama *año sidéreo o sideral* ($T_\oplus$). Entre estos tres períodos se puede establecer una sencilla relación matemática con los razonamientos siguientes. El desplazamiento angular diurno del planeta por la órbita es igual a $360°/T$, y el de la Tierra es $360°/T_\oplus$. La diferencia de los desplazamientos diurnos angulares del planeta y de la Tierra (o de la Tierra y el planeta) es el traslado diurno aparente del planeta, es decir, $360°/S$. De aquí que,

para los planetas inferiores

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}, \tag{2.1}$$

y para los planetas superiores

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}. \tag{2.2}$$

Estas igualdades se denominan *ecuaciones del movimiento sinódico*.

Mediante las observaciones sólo pueden ser determinados directamente los períodos sinódicos de rotación S de los planetas y el período sidéreo de rotación de la Tierra, es decir, el año sidéreo $T_{\oplus}$. Los períodos sidéreos T de rotación de los planetas se calculan por la fórmula correspondiente del movimiento sinódico.

La duración del año sidéreo es igual a 365,256 días solares medios.

La duración de los períodos sinódicos y sidéreos de rotación de los planetas se indica en los anexos.

§ 39. *El espíritu revolucionario de la teoría de Copérnico*

La importancia de la teoría de Copérnico para el desarrollo de la ciencia es infinitamente grande: ella no sólo causó una verdadera revolución en la astronomía, sino que también en toda la concepción humana del mundo.

Efectivamente, el punto de vista respecto a la estructura del Sistema solar está ligado estrechamente con la cuestión respecto a la posición de la Tierra y, con ésta, la del ser humano en el Universo. Por consiguiente, la astronomía es un elemento importante de la concepción del mundo, que abarca cuestiones tanto filosóficas como religiosas. Hasta Copérnico, casi durante 15 siglos, se consideró que la Tierra era el único cuerpo inmóvil del Universo, la parte central y más importante del mundo; todas las religiones aseguraban que los astros celestes estaban creados para la Tierra y para la humanidad.

De acuerdo con la teoría de Copérnico, por el contrario, la Tierra era un simple planeta que se movía alrededor del Sol conjuntamente con otros cuerpos semejantes a ella. La idea predominante respecto a la diferencia entre lo "terrestre" y lo "celeste" resultó infundada.

La teoría de Copérnico obligó a revisar también otras ramas de las ciencias naturales, en particular la física, y liberó a la ciencia de las tradiciones perimidas y escolásticas, que frenaban su desarrollo. Después de Copérnico la investigación de la naturaleza, de hecho, se liberó de la religión y el desarrollo de la ciencia marchó a pasos agigantados. Pero la nueva concepción humana científica conquistó sus derechos en una lucha encarnizada contra la vieja concepción, cuyos fervientes partidarios eran los fanáticos religiosos y los sabios reaccionarios. Al principio todos éstos toleraron la teoría de Copérnico, considerando que su sistema del mundo era simplemente un esquema geométrico, más cómodo que el sistema de Ptolomeo para el cálculo de las posiciones de los astros en el cielo. Pero ya a comienzos del siglo XVII los círculos religiosos comprendieron bien cuán peligrosa era para ellos la teoría de Copérnico y emprendieron contra él una ensañada persecución. Así, en 1600, en Roma, fue quemado públicamente Giordano Bruno, primer discípulo y fervoroso propagandista de la nueva teoría, que basándose en ésta llegó a la conclusión de la pluralidad de los mundos habitados. En 1633 Galileo Galilei fue enjuiciado por la Inquisición y obligado a reconocer que sus obras eran "herejías" y a renegar de ellas, pues en sus libros defendía la justeza del sistema de Copérnico.

Pero ningunas persecuciones podían detener el impetuoso desarrollo de la ciencia ya comenzado, y, cuando al mismo tiempo que la Inquisición perseguía a los partidarios de Copérnico, Johannes Kepler (1571–1630) profundizó la teoría de éste, descubriendo las leyes del movimiento de los planetas, y, transcurridos 54 años del proceso de Galileo, Newton (1643–1727) publicó la ley de la gravitación universal, descubierta por él, estableciendo con esto la causa por la que los planetas giran alrededor del Sol.

§ 40. *Las leyes de Kepler*

Kepler era partidario de la teoría de Copérnico y se planteó como objetivo el perfeccionar el sistema de éste con las observaciones de Marte, que en el transcurso de veinte años efectúo el astrónomo danés Tycho Brahe (1546–1601) y durante varios años el propio Kepler.

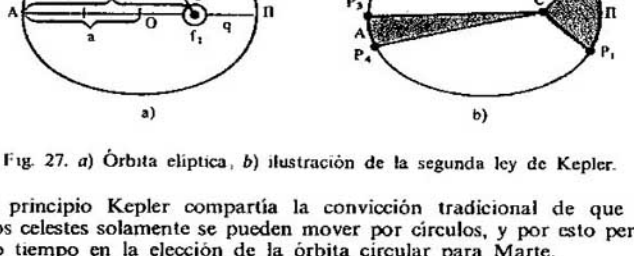


Fig. 27. *a*) Órbita elíptica, *b*) ilustración de la segunda ley de Kepler.

Al principio Kepler compartía la convicción tradicional de que los cuerpos celestes solamente se pueden mover por círculos, y por esto perdió mucho tiempo en la elección de la órbita circular para Marte.

Después de cálculos muy trabajosos que duraron muchos años, renunciando al concepto equivocado común respecto a la forma circular de los movimientos, Kepler descubrió tres leyes del movimiento de los planetas que, actualmente, se formulan de la manera siguiente:

1. *Todos los planetas se mueven por órbitas en forma de elipses, en uno de cuyos focos (común para todos los planetas) se encuentra el Sol.*
2. *El radio vector de cada planeta recorre áreas iguales en tiempos iguales.*
3. *Los cuadrados de los períodos sidéreos de revolución de los planetas alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas elípticas.*

Como es sabido, en la elipse, la suma de las distancias entre cualquiera de sus puntos y dos puntos inmóviles f_1 y f_2, que yacen en el eje $A\Pi$ de dicha elipse y que se denominan *focos*, es una magnitud constante igual al eje mayor $A\Pi$ (fig. 27). La distancia ΠO (o OA), donde O es el centro de la

elipse, se denomina *semieje mayor a*, y la relación $Of_1/O\Pi = e$ se llama *excentricidad de la elipse*. Esta última caracteriza la divergencia entre la elipse y la circunferencia, para la que $e = 0$.

Las órbitas de los planetas se diferencian poco de las circunferencias, es decir, sus excentricidades son pequeñas. La órbita de Venus tiene una excentricidad mínima ($e = 0{,}007$), y la órbita de Plutón tiene una excentricidad máxima ($e = 0{,}249$). La excentricidad de la órbita terrestre $e = 0{,}017$.

De acuerdo con la primera ley de Kepler el Sol se encuentra en uno de los focos de la órbita elíptica del planeta. Supongamos que en la fig. 27, *a* este foco es f_1 (*C* es el Sol). Entonces el punto Π de la órbita más cercano al Sol se denomina *perihelio*, y el punto *A* de esta órbita, que dista más del Sol, se denomina *afelio*. El eje mayor de la órbita $A\Pi$ es *la línea de ápsides*, y la linea f_1P, que une el Sol y el planeta *P* en su órbita, se denomina *radio vector del planeta*.

La distancia entre el planeta y el Sol en el perihelio es

$$q = a(1 - e), \tag{2.3}$$

y en el afelio,

$$Q = a(1 + e). \tag{2.4}$$

Se toma como distancia media del planeta al Sol el semieje mayor de la órbita $a = (q + Q)/2$.

De acuerdo a la segunda ley de Kepler el área CP_1P_2, descrita por el radio vector del planeta durante el tiempo Δt cerca del perihelio, es igual al área CP_3P_4, descrita por dicho radio durante el mismo tiempo Δt cerca del afelio (fig. 27, *b*). Puesto que el arco P_1P_2 es mayor que el arco P_3P_4 el planeta, cerca del perihelio, tiene una velocidad mayor que cerca del afelio En otras palabras, su movimiento alrededor del Sol es *irregular*.

La velocidad del movimiento del planeta en el perihelio es

$$v_q = v_c \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}}, \tag{2.5}$$

y en el afelio

$$v_Q = v_c \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}}, \tag{2.6}$$

donde v_c es la velocidad media o circular del planeta cuando $r = a$. La velocidad circular de la Tierra es igual a 29,78 km/s $\approx$ 29,8 km/s.

La tercera ley de Kepler se escribe así

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \tag{2.7}$$

donde T_1 y T_2 son los períodos sidéreos de las revoluciones de los planetas, y a_1 y a_2 son los semiejes mayores de sus órbitas.

Si expresamos los semiejes mayores de las órbitas de los planetas en unidades de la distancia media entre la Tierra y el Sol (en unidades *astronómicas*), y los periodos de revolución de los planetas se expresan en años, entonces, para la Tierra, $a = 1$ y $T = 1$, y el periodo de la revolución de cualquier planeta alrededor del Sol

$$T = \sqrt{a^3}. \tag{2.8}$$

La tercera ley de Kepler establece la dependencia entre las distancias de los planetas al Sol y los periodos de revolución.

§ 41. *Elementos de las órbitas de los planetas. Problemas fundamentales de la astronomía teórica*

El movimiento del planeta estará absolutamente determinado si se conocen el plano en el que yace su órbita, las dimensiones y formas de esta órbita y su orientación en el plano y, por último, el momento de tiempo en

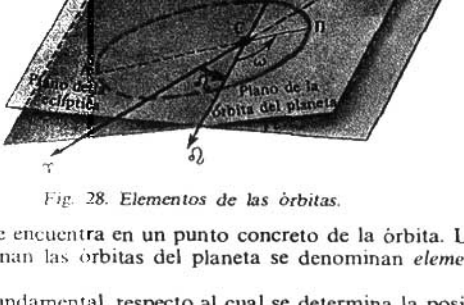


Fig. 28. Elementos de las órbitas.

el que el planeta se encuentra en un punto concreto de la órbita. Las magnitudes que determinan las órbitas del planeta se denominan *elementos de su órbita.*

Como plano fundamental, respecto al cual se determina la posición de la órbita, se toma el plano de la ecliptica.

Los dos puntos, en los que la órbita del planeta se corta con el plano de la ecliptica, se *denominan nodos: boreal o ascendente y austral o descendente.* Es ascendente aquel nodo en el que el planeta corta la ecliptica alejándose del polo sur de ésta.

La órbita elíptica del planeta la determinan los 6 elementos siguientes (fig. 28):

1. *La inclinación* i del plano de la órbita respecto al plano de la ecliptica. La inclinación puede tener cualesquiera valores entre 0 y 180°. Si $0 \leqslant i < 90°$, entonces el planeta gira alrededor del Sol (C) en la misma dirección que la Tierra (movimiento directo); si $90° < i < 180°$ el planeta se mueve en la dirección contraria (movimiento retrógrado).

2. *La longitud (heliocéntrica) del nodo ascendente* Ω, es decir, el ángulo entre las direcciones del centro del Sol al nodo ascendente de Ω y al punto del equinoccio de primavera. La longitud del nodo ascendente puede tomar cualesquiera valores desde 0 hasta 360°.

La longitud del nodo ascendente de Ω y la inclinación i determinan la posición del plano de la órbita en el espacio

3. *La distancia angular* ω desde el perihelio hasta *el nodo*, es decir, el ángulo entre las direcciones del centro del Sol al nodo ascendente Ω y al perihelio Π. Esta distancia se cuenta en el plano de la órbita del planeta en la dirección del movimiento de éste, y puede tener cualesquiera valores desde 0 hasta 360°.

La distancia angular del perihelio ω determina la posición de la órbita en su plano. (A veces, en lugar de ω, se da la longitud del perihelio $\pi = \Omega + \omega$).

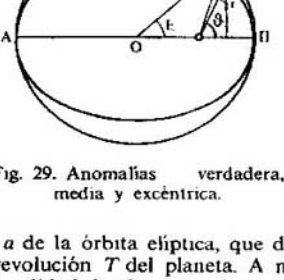


Fig. 29. Anomalías verdadera, media y excéntrica.

4. *El semieje mayor* a de la órbita elíptica, que determina unívocamente el período sidéreo de revolución T del planeta. A menudo, conjuntamente con el semieje, se da en calidad de elemento *el movimiento diario medio* $n = 360°/T = 2\pi/T$, es decir, la velocidad angular media del planeta por día.

5. *La excentricidad de la órbita* $e = \dfrac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$, donde a y b son los semiejes de la órbita elíptica.

El semieje mayor a y la excentricidad e determinan las dimensiones y la forma de la órbita.

6. *El momento del paso* t_0 *por el perihelio*, o la posición del planeta en la órbita en cualquier momento concreto t de tiempo (longitud en la época t).

Conociendo el momento t_0 del paso por el perihelio y otros elementos de la órbita, se puede determinar la posición del planeta en el plano de esta última en cualquier momento t de tiempo. La posición del planeta en la órbita se determina por dos magnitudes: el radio vector r y la *anomalía verdadera* ϑ. Se denomina anomalía verdadera del planeta al ángulo ΠCP (fig. 29) entre la dirección del Sol (C) al perihelio Π y el radio vector del

planeta P. El radio vector r y la anomalía verdadera ϑ se calculan por las fórmulas

$$r = a(1 - e\cos E), \tag{2.9}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{E}{2}, \tag{2.10}$$

donde $E = \angle \Pi ON$ y se denomina *anomalía excéntrica*.

La anomalía excéntrica E se calcula por la ecuación de Kepler

$$M = E - e\operatorname{sen} E, \tag{2.11}$$

siendo M el ángulo llamado *anomalía media*. La anomalía media es el arco del círculo que describiría el planeta en el tiempo $(t - t_0)$ si dicho planeta se moviese uniformemente por una circunferencia de radio a con velocidad angular media n, es decir,

$$M = n(t - t_0) = \frac{2\pi}{T}(t - t_0). \tag{2.12}$$

El cálculo de la posición del planeta en la órbita para cierto momento de tiempo t se efectúa en el orden siguiente:

1) por la fórmula (2.12), en la que se conocen T y $(t - t_0)$, se determina la anomalía media M;

2) por la fórmula (2.11), conociendo e y M, se halla con el método de aproximaciones sucesivas la anomalía excéntrica E;

3) por las fórmulas (2.9) y (2.10) se calculan el radio vector r y la anomalía verdadera ϑ.

Habiendo determinado la posición del planeta en la órbita para los momentos dados de tiempo se pueden calcular, para estos mismos momentos, las coordenadas heliocéntricas tridimensionales del planeta. Y conociendo ya los elementos de la órbita de la Tierra, una vez calculada la posición de la Tierra en su órbita para dichos momentos de tiempo, se pueden hallar las coordenadas geocéntricas del planeta y su distancia al centro de la Tierra.

La determinación de las coordenadas aparentes del planeta por los elementos de sus órbitas se denomina *cálculo de las efemérides*, es decir, de las tablas en las que se dan las situaciones de los planetas para cualesquiera momentos de tiempo elegidos (a veces, para muchos años por anticipado).

El problema inverso, es decir, el cálculo de los elementos de las órbitas por las coordenadas observadas se denomina *determinación de las órbitas*. Este problema es mucho más difícil que el cálculo de las efemérides. Kepler lo resolvió para aquellos planetas que se observan desde hace mucho. Sin embargo, los métodos de determinación de las órbitas con varias observaciones (no menos de tres), que es de particular importancia al descubrir nuevos planetas y cometas, se elaboraron solamente a principios del siglo XIX.

El cálculo de las efemérides y la determinación de las órbitas son los problemas fundamentales de la astronomía teórica.

§ 42. *Leyes fundamentales de la mecánica*

Una vez establecidas por Kepler las leyes del movimiento de los planetas, como es natural, se planteó el problema respecto a los motivos de estos movimientos. La solución de este problema exigía un estudio previo de las leyes del movimiento de cualesquiera cuerpos, es decir, era preciso el desarrollo de aquella parte de las ciencias naturales que se denomina mecánica.

Después que con los trabajos de Galileo (1564–1642), Huygens (1629–1695) y otros sabios se dio comienzo a la argumentación experimental de la mecánica, Newton formuló las tres siguientes leyes fundamentales del movimiento de los cuerpos:

1ª ley. *Todo cuerpo conserva su estado de reposo o de movimiento uniforme y rectilíneo hasta y en la medida que las fuerzas aplicadas no le obliguen a cambiar este estado.* Esta ley se denomina principio de *la inercia*. Si m es la masa del cuerpo y v su velocidad, entonces el principio de la inercia se puede representar matemáticamente de la forma siguiente.

$$mv = \text{const}. \tag{2.13}$$

Si $v = 0$ el cuerpo se encuentra en reposo; si $v = \text{const} \neq 0$ el cuerpo se mueve uniforme y rectilíneamente. El producto mv se denomina *cantidad de movimiento* del cuerpo. La variación de la cantidad de movimiento del cuerpo solamente puede tener lugar como resultado de la interacción de éste con otros cuerpos, es decir, bajo la acción de una fuerza.

2ª ley. *La variación de la cantidad de movimiento es proporcional a la fuerza motriz aplicada y sigue la dirección de aquella recta por la que actúa esta fuerza.* La segunda ley se escribe matemáticamente así:

$$\frac{d}{dt}(mv) = F,$$

o

$$F = mw, \tag{2.14}$$

es decir, el producto de la masa m del cuerpo por su aceleración w es igual a la fuerza efectiva F.

La ecuación (2.14) se denomina ley fundamental de la dinámica del punto material.

3ª ley. *Toda acción provoca siempre una reacción igual y contraria.* Dicho de otro modo, *las acciones mutuas de dos cuerpos son siempre iguales y están dirigidas en sentidos opuestos.*

Si cualquier cuerpo con masa m_1 interacciona con otro cuerpo de masa m_2 entonces el primer cuerpo no sólo cambia la cantidad de movimiento m_2v_2 del segundo cuerpo, sino que él mismo experimenta un cambio de su

cantidad de movimiento $m_1 v_1$, aunque de dirección opuesta, provocado por el segundo cuerpo, es decir,

$$\frac{d}{dt}(m_2 v_2) = -\frac{d}{dt}(m_1 v_1)$$

o

$$F_2 = -F_1, \tag{2.15}$$

§ 43. *Ley de la gravitación universal de Newton*

Las leyes fundamentales del movimiento de los cuerpos permitieron a Newton formular y demostrar matemáticamente el siguiente teorema: "Las fuerzas con las que los planetas principales se desvían constantemente del movimiento rectilíneo y se mantienen en sus órbitas, están dirigidas hacia el Sol y son inversamente proporcionales a los cuadrados de sus distancias al centro de éste".

Demostrando en lo sucesivo que la fuerza que mantiene a los planetas en sus órbitas es idéntica a la fuerza de la gravedad que actúa en la superficie de la Tierra, Newton sintetizó este teorema y lo expresó en forma de ley de gravitación universal:

"Cada dos partículas materiales se atraen recíprocamente, o gravitan mutuamente, con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas".

Matemáticamente la ley de la gravitación universal de Newton se escribe así:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{2.16}$$

donde m_1 y m_2 son las masas de las partículas, r es la distancia entre ellas, G es el coeficiente de proporcionalidad, que es igual a la fuerza con la que se atraen mutuamente dos partículas con masas unitarias y que se encuentran entre sí a una distancia unitaria.

El coeficiente G se denomina *constante gravitacional*, o *constante de la gravitación universal*.

En el sistema internacional (SI) de medidas:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}},$$

y en el sistema CGS dos partículas materiales cuyas masas son de 1 g cada una, y que se encuentran a una distancia de 1 cm, entre sí, se atraen con una fuerza de $1/15 \cdot 10^6$ dina.

En la astronomía las distancias entre el Sol y los planetas se expresan frecuentemente en unidades astronómicas (u.a.), las masas de los cuerpos celestes en masas del Sol, y el tiempo en días solares medios. En este sistema de unidades, propuesto por Gauss, la constante gravitacional $G = k^2 = 0{,}00029591$, y la magnitud $k = 0{,}0172021 \simeq 1/58$ se denomina *constante de Gauss*

§ 44. *Dependencia entre la fuerza de atracción y la masa y forma de los cuerpos que se atraen*

De la segunda ley fundamental de la mecánica (2.14) y de la ley de la gravitación universal (2.16) se deduce lo siguiente.

1. Dos partículas o puntos materiales (es decir, cuerpos materiales cuyas dimensiones son infinitésimas en comparación con la distancia entre ellos), se atraen mutuamente con una misma fuerza F, pero al mismo tiempo obtienen distintas aceleraciones, inversamente proporcionales a sus masas. Efectivamente, de la fuerza F la masa m_1 obtiene una aceleración $w_1 = Gm_2/r^2$, dirigida hacia m_2, y la masa m_2 logra una aceleración $w_2 = Gm_1/r^2$, dirigida hacia m_1. De aquí

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Por ejemplo, la aceleración de la Tierra por la atracción de la Luna es tantas veces menor que la aceleración de la Luna por la atracción de la Tierra, cuantas veces la masa de la Luna es menor que la masa de la Tierra.

2. La aceleración relativa w_{rel} de dos puntos materiales es igual a la diferencia de los vectores $w_1 - w_2$, y puesto que w_1 y w_2 están dirigidos hacia lados opuestos

$$w_{rel.} = G\frac{m_1 + m_2}{r^2}, \tag{2.17}$$

es decir, w_{rel} es proporcional a la suma de las masas de las partículas.

Por consiguiente, la aceleración durante el movimiento relativo tiene una magnitud igual a la que ésta tendría en caso de que la masa de ambas partículas $(m_1 + m_2)$ estuviese concentrada en una de ellas. Por esto, al resolver el problema respecto al movimiento de dos puntos materiales que se atraen, podemos considerar que la fuerza sale del centro inmóvil, e investigar solamente el movimiento de uno de los puntos.

3. Dos puntos materiales con masas m_1 y m_2, que se encuentran a distancias iguales de un tercer punto material con masa m, son atraídos por este último con fuerzas distintas

$$F_1 = G\frac{m_1 m}{r^2} \quad \text{y} \quad F_2 = G\frac{m m_2}{r^2},$$

pero obtienen iguales aceleraciones (por su magnitud),

$$w_1 = w_2 = G\frac{m}{r^2}.$$

Por ejemplo, el Sol atrae a la Tierra con mayor fuerza que a la Luna, pero la Tierra y la Luna, cuando se encuentran a una misma distancia del Sol, obtienen de éste aceleraciones iguales.

La ley de Newton es correcta para los puntos materiales. Los cuerpos reales solamente pueden considerarse aproximadamente puntos materiales cuando la distancia entre ellos superan considerablemente las dimensiones de éstos No obstante, como demostró Newton, los cuerpos que tienen distribución esférico-simétrica de sus masas, se pueden examinar como puntos materiales.

El cuerpo con distribución esférico-simétrica de las masas atrae a cualquier masa espécimen (modelo) igual que el punto material situado en el centro de este cuerpo cuya masa es igual a la incluída dentro de la esfera que pasa por la masa espécimen dada. En particular, por ejemplo, el punto material situado en la superficie de la Tierra es atraído por ésta como si toda la masa de la Tierra se encontrase en su centro. Al mismo tiempo, un cuerpo que se encuentre en el fondo de un pozo profundo solamente será atraído por las capas más profundas de la Tierra, mientras que el influjo sumario de todas las capas superiores es igual a cero.

A título de ejercicio aconsejamos al lector que demuestre individualmente estas afirmaciones, examinando para simplicidad una capa esférico-simétrica de una bola y una masa espécimen, situada al principio dentro y luego fuera de la bola.

§ 45. *Identidad de la fuerza de atracción y de la fuerza de la gravedad*

La fuerza de la gravedad comunica a todos los cuerpos en la superficie de la Tierra, durante la caída libre de éstos, una aceleración g, que aproximadamente es igual a 981 cm/s^2.

Supongamos que la fuerza de la gravedad varía con proporcionalidad inversa al cuadrado de la distancia entre el cuerpo y el centro de la Tierra. Entonces, por ejemplo, la Luna, que se encuentra del centro de la Tierra a una distancia de 60 radios terrestres (aproximadamente), deberá experimentar una aceleración g' menor en 60^2 veces que la aceleración en la superficie de la Tierra, es decir,

$$g' = \frac{g}{60^2} = \frac{981}{3600} \text{ cm/s}^2 = 0{,}27 \text{ cm/s}^2.$$

De la mecánica se sabe que para un punto que se mueve uniformemente por un círculo la aceleración centrípeta $w = \omega^2 r$, donde ω es la velocidad angular del punto y r es el radio del círculo.

Admitiendo que la órbita de la Luna es una circunferencia con radio aproximado $r = 60 \cdot 6378$ km, y que el período de revolución de la Luna alrededor de la Tierra es aproximadamente igual a 27,3 días medios (mes sidéreo), obtendremos la aceleración centrípeta del movimiento orbital de la Luna

$$w = \left(\frac{2\pi}{27{,}3 \cdot 86\,400} \right)^2 \cdot 60 \cdot 6378 \cdot 10^5 \text{ cm/s}^2 = 0{,}27 \text{ cm/s}^2$$

Las cantidades iguales obtenidas para g' y w significan que la fuerza que mantiene a la Luna en su órbita (la fuerza de la atracción) no es nada más que la fuerza de la gravedad terrestre, debilitada proporcionalmente a la relación entre los cuadrados de la distancia de la Luna al centro de la Tierra y la distancia de la superficie de la Tierra al centro de ésta.

Basándose precisamente en este resultado Newton llegó a la conclusión de que la fuerza de la gravedad es idéntica a la fuerza de la atracción mutua, que actúa entre todos los cuerpos del Universo, y formuló su ley en la forma que se expone en el § 43.

§ 46. *Variación de la fuerza de la gravedad en la superficie de la Tierra*

La fuerza de la gravedad en la superficie de la Tierra es la resultante de dos fuerzas: de la fuerza de atracción, dirigida hacia el centro de la masa de la Tierra, y de la fuerza centrífuga, dirigida perpendicularmente al eje de rotación de la Tierra. Puesto que la Tierra está achatada a lo largo de su eje de rotación la fuerza de atracción en los polos es mayor que en otros lugares, y disminuye hacia el ecuador.

Además, la fuerza centrífuga actúa contra la fuerza de atracción. Por esto, la fuerza de gravedad en la superficie de la Tierra disminuye al pasar de los polos hacia el ecuador.

La diferencia en la aceleración de la fuerza de gravedad entre los polos y el ecuador es de $g_{90} - g_0 = 983{,}2 - 978{,}0 = 5{,}2$ cm/s^2. Cerca de 2/3 de esta diferencia surge a cuenta de la aceleración centrífuga en el ecuador terrestre, y 1/3 a cuenta del achatamiento de la Tierra.

El valor medio de la aceleración por la fuerza de la gravedad terrestre se toma igual a $g = 981$ cm/s^2.

Los resultados de las mediciones de la aceleración de la fuerza de la gravedad en distintos puntos de la superficie terrestre demostraron las desviaciones (perturbaciones) de la fuerza de la gravedad en comparación con su curso normal, que corresponde a un elipsoide. Estas desviaciones se denominan anomalías de la fuerza de gravedad y se explican por el hecho de que la estructura de la corteza terrestre es heterogénea, tanto en lo que se refiere a las masas exteriores (macizos montañosos, etc.) como en lo referente a las densidades de las rocas que forman la corteza terrestre.

Una serie de pequeñas heterogeneidades en la estructura de las capas superiores de la corteza terrestre provocan anomalías locales de la fuerza de la gravedad, que abarcan zonas pequeñas. Las anomalías locales testimonian la existencia de yacimientos minerales que bien tienen una densidad muy grande (por ejemplo, las menas de metales) o tienen una densidad muy pequeña (por ejemplo, los yacimientos de petróleo, de sal gema).

§ 47. *Naturaleza de la gravitación y su papel en la astronomía*

Hasta la creación de la teoría de la estructura atómica se conocían dos tipos de interacciones entre los cuerpos microscópicos: la gravitacional, descrita por la ley de gravitación universal (2.16), y la electromagnética, expresada por las ecuaciones de Maxwell. En ambos casos las fuerzas, vinculadas a estas interacciones, disminuyen de manera inversamente proporcional al cuadrado de la distancia y directamente proporcional a determinadas características de los cuerpos: a la masa en el caso de la gravitación, y a la carga en la electrostática. Puesto que en la naturaleza existen dos tipos de cargas, cuya acción opuesta en los cuerpos normales, como regla, se compensan entre sí, entonces, para el movimiento de las masas compactas del tipo de estrellas, planetas, galaxias, etc., las fuerzas gravitacionales resultan ser decisivas. Por esto, la ley de gravitación universal resulta ser una de las leyes más importantes de la naturaleza, empleadas en la astronomía. En combinación con otras leyes de la mecánica ella permite explicar el movimiento de los planetas y de los cuerpos artificiales en el Sistema Solar, el de las estrellas en los cúmulos estelares y en la Galaxia, estudiar la dinámica de otros sistemas estelares. La forma de la mayoría de los cuerpos celestes y, en particular, la esfericidad de las estrellas y de los planetas, queda determinada por la gravitación. La ley de gravitación universal, en combinación con las leyes de la teoría cinética de los gases, permite revelar las regularidades más importantes de la estructura interna de las estrellas y de sus evoluciones. Las fuerzas gravitacionales determinan en mucho las atmósferas de las estrellas y de los planetas y el carácter de los fenómenos que tienen lugar en éstos.

La ley de la gravitación universal, en la formulación clásica de Newton, solamente es justa para los campos gravitacionales relativamente débiles, creados por cuerpos normales con densidades de valores no muy grandes. Para los campos gravitacionales fuertes, así como para los movimientos con velocidades muy grandes (conmensurables con la velocidad de la luz), la teoría de la relatividad general (TRG), que es una teoría de la gravitación que tiene en cuenta el influjo de la distribución de las masas sobre las propiedades del espacio y del tiempo, da una descripción más exacta del movimiento.

Con ayuda de la teoría de la relatividad general se logran explicar ciertas regularidades imperceptibles del planeta más próximo al Sol: Mercurio. Esta teoría es sustancial para la comprensión de la naturaleza de los cuerpos superdensos (estrellas neutrónicas y "huecos negros"), y en ella se basa toda la cosmología moderna, es decir, la teoría de la estructura y evolución del Universo en su conjunto.

La importancia de la gravitación en la astronomía no significa que en las condiciones cósmicas no tengan importancia otros tipos de interacciones. Las interacciones electromagnéticas resultan ser muy considerables en

aquellos casos cuando se tiene que ver con el movimiento del gas ionizado (plasma) en el campo magnético.

Las interacciones electromagnéticas son particularmente importantes en la mayoría de los procesos microscópicos (atómicos), como resultado de los cuales surge la radiación observada de los cuerpos celestes.

En la escala de átomos aislados, es decir en el micromundo, las interacciones gravitacionales se conservan, pero su papel relativo llega a ser absolutamente otro. La interacción electromagnética, digamos, del protón y del electrón es muchísimo más fuerte que la gravitacional, la que se puede simplemente despreciar en la mayoría de los casos. En el núcleo atómico, donde las partículas se aproximan considerablemente más que en el átomo, se manifiestan dos tipos nuevos de interaccion cuyo carácter se conoce peor que el de los dos primeros tipos. Por lo visto su acción disminuye con la distancia mucho más rápidamente que en las leyes de Newton y de Coulomb. Una de estas interacciones en la escala del núcleo del átomo, por su magnitud, resulta ser la más fuerte de todas las conocidas. Esta interacción se denomina fuerte y asegura las reacciones nucleares de fusión en las estrellas. La otra interacción, según ciertas características, resulta ser más fuerte que la gravitacional, pero más débil que la eléctrica. Esta interacción se denomina débil y, como ejemplo de ella, puede servir la desintegración beta del protón: proceso con el que comienza la mayoría de las reacciones nucleares en las entrañas de las estrellas.

Así, como vemos, en la astronomía se tiene que ver con todas las variedades de interacciones conocidas en la naturaleza. No obstante, en primer lugar y más frecuentemente, nos encontramos con la gravitación.

§ 48. *Movimiento del punto material bajo la acción de la fuerza gravitacional (problema de dos cuerpos)*

Este problema se resuelve mediante la integración de las ecuaciones diferenciales del movimiento, obtenidas de la ecuación fundamental de la dinámica del punto material (2.14), en la que la fuerza F es la fuerza de atracción. No vamos a integrar estas ecuaciones, pues lo harán los estudiantes en los cursos de astronomía teórica y mecánica celeste. Solamente nos detendremos en las soluciones.

Si la masa inmóvil M, concentrada en el punto C, comienza en cierto momento a atraer hacia sí al punto material m con una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, entonces la aceleración del punto m estará dirigida por la recta mC, y el ulterior movimiento de este punto dependerá de la distancia y de la magnitud y dirección de la velocidad v_0, que dicho punto tenía en el momento inicial (en el momento del comienzo de la acción de atracción por la masa M).

Si la velocidad $v_0 > 0$, pero no supera cierto límite v_c, entonces el punto m se moverá por la elipse en uno de cuyos focos se encontrará el punto

C (fig. 30). El plano de la elipse pasará por los puntos C, m y por la dirección de la velocidad v_0.

La forma y las dimensiones de la elipse serán distintas, según sea la magnitud de la velocidad v_0. Cuando v_0 es pequeña la elipse estará muy comprimida, su eje mayor será solamente un poco más grande que Cm, y el punto C se encontrará en el foco lejano de m. Si la velocidad v_0 es aproximadamente igual a la velocidad v_c, pero menor que ésta, entonces la excentricidad de la elipse será pequeña, su semieje mayor solamente será un poco menor que Cm, el punto C se aproximará al centro de la elipse, pero permanecerá en el foco lejano de m.

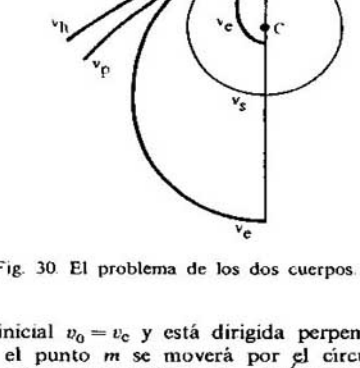


Fig. 30. El problema de los dos cuerpos.

Si la velocidad inicial $v_0 = v_c$ y está dirigida perpendicularmente a la línea Cm, entonces el punto m se moverá por el círculo de radio Cm.

Si $v_0 > v_c$, pero no supera cierto límite $v_p = v_c\sqrt{2}$, entonces el punto m se moverá por la elipse, pero el punto C con ésto se encontrará en el foco próximo a m, mientras que el eje mayor de la elipse será tanto más grande cuanto v_0 se aproxime más a v_p.

Si $v_0 = v_p = v_c\sqrt{2}$ entonces el punto m se moverá por una parábola cuyas dos ramas se alejan hacia el infinito, aproximándose a una dirección paralela al eje Cm. A medida que el punto m se aleje del cuerpo M, su velocidad tenderá a cero.

Si $v_0 > v_p$, entonces el punto m se moverá por una hipérbola, cuyas ramas parten hacia el infinito y, cuando la velocidad inicial es muy grande, se acercan a la dirección perpendicular al eje Cm. A medida que el punto m se aleje por la hipérbola su velocidad tenderá a ser cierta magnitud constante.

Y, por último, en los casos límites, cuando $v_0 = \infty$, el punto m se moverá por la recta mb, y cuando $v_0 = 0$ se moverá por la recta mC.

La velocidad v del punto m a cualquier distancia r del punto C se obtiene de la fórmula

$$v^2 = G(M+m)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right), \tag{2.18}$$

donde a es el semieje mayor de la elipse. Esta fórmula se denomina *integral de la energía*.

Si el punto m se mueve por un círculo, es decir, $r = a$, entonces de la ecuación (2.18) se deduce

$$v_c = \sqrt{\frac{G(M+m)}{r}}, \tag{2.19}$$

y si el punto m se mueve por una parábola, entonces $a = \infty$ y

$$v_p = v_c\sqrt{2} \tag{2.20}$$

La velocidad v_c se denomina *velocidad circular*, y v_p es la *velocidad parabólica*. La velocidad del movimiento elíptico v_e está comprendida en los límites $0 < v_e < v_p$, y la *velocidad hiperbólica* $v_h > v_p$. La órbita hiperbólica queda determinada por los mismos seis elementos que la elíptica (véase § 41), solamente que en lugar del semieje mayor $a = \infty$ se da la distancia perihélica q. La órbita parabólica se determina por cinco elementos: i, Ω, ω, t_0 y q ya que para la parábola $a = \infty$ y $e = 1$.

§ 49. *Primera ley (generalizada) de Kepler*

Las leyes de Kepler fueron obtenidas por éste empíricamente, como resultado de la investigación de los movimientos aparentes de los planetas. Por esto la primera ley de Kepler, en la formulación dada en el § 40, es justa solamente en lo que se refiere a los planetas grandes y a aquellos cuerpos del Sistema solar (ciertos cometas, asteroides) que se mueven alrededor del Sol por órbitas cerradas.

Si se tiene en cuenta en general el movimiento de los cuerpos celestes entonces, basándose en el párrafo anterior, esta ley debe ser formulada de la forma siguiente: *bajo la acción de la fuerza de atracción un cuerpo celeste se mueve en el campo gravitacional de otro cuerpo celeste por una de las secciones cónicas: círculo, elipse, parábola o hipérbola.*

En esta formulación la primera ley de Kepler será ya justa para todos los cometas, cuyas órbitas son elipses, parábolas o hipérbolas; esta ley también será correcta para los satélites de los planetas grandes, cuyas órbitas son elipses, pero en cuyos focos se encuentran los planetas grandes, y para las estrellas binarias físicas (véase § 154), que giran por órbitas elípticas alrededor de un centro común de las masas, etc. Con esto la forma y las dimensiones de las órbitas de los cuerpos solamente dependen de la magnitud de la velocidad inicial.

§ 50. *Segunda ley de Kepler*

Tomemos un sistema de coordenadas cartesianas cuyo punto de origen se encuentra en el centro de gravitación, y el plano xy coincide con el plano de la órbita del cuerpo.

Al proyectar la aceleración y la fuerza sobre los ejes x e y de las coordenadas (fig. 31) escribiremos la ecuación fundamental de la dinámica (2.14) en la forma siguiente:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = F_y.$$

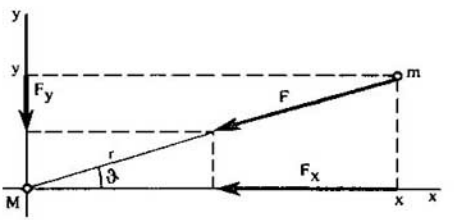


Fig. 31 Respecto a la deducción de la segunda ley de Kepler (M es el cuerpo central, el centro de la atracción, y m es el cuerpo que revoluciona).

Multiplicando respectivamente estas ecuaciones por x y por y, y restando de la segunda la primera, obtenemos

$$m\left(x\frac{d^2y}{dt^2} - y\frac{d^2x}{dt^2}\right) = xF_y - yF_x$$

o

$$m\frac{d}{dt}\left(x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right) = xF_y - yF_x.$$

Puesto que la fuerza es central, tiene lugar la relación

$$\frac{F_x}{F_y} = \frac{x}{y}, \text{ es decir, } yF_x = xF_y.$$

Por esto

$$\frac{d}{dt}\left(x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right) = 0,$$

o

$$x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = \text{const.} \tag{2.21}$$

En las coordenadas polares

$$x = r\cos\vartheta, \quad y = r\operatorname{sen}\vartheta,$$

donde r es la distancia desde el origen de las coordenadas (el radio vector del punto), y ϑ es el ángulo polar (la anomalía verdadera).

Si se pasa del sistema de coordenadas cartesianas a las coordenadas polares entonces la expresión (2.21) tendrá el aspecto

$$r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = \text{const}, \tag{2.22}$$

es decir, *el área descrita por el radio vector en una unidad de tiempo, es una magnitud constante. Esta es la expresión matemática de la segunda ley de Kepler* (véase el § 40).

§ 51. *Tercera ley (precisada) de Kepler*

Durante el movimiento circular la aceleración $w = \omega^2 r$, donde la velocidad angular $\omega = 2\pi/T$, y T es el período de revolución por la circunferencia. Por consiguiente, la aceleración

$$w = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Si examinamos el movimiento relativo de un cuerpo celeste con masa m por un círculo alrededor de otro cuerpo central con masa M, entonces, de acuerdo con la ecuación (2.17), la aceleración relativa

$$w_{rel.} = G\frac{(M+m)}{r^2}.$$

Puesto que w y $w_{rel.}$ son una misma aceleración, igualando los segundos miembros de ambas ecuaciones, obtendremos

$$\frac{r^3}{T^2(M+m)} = \frac{G}{4\pi^2} = \text{const}. \tag{2.23}$$

Si estudiamos el movimiento de un cuerpo celeste por la elipse, entonces se obtendrá una correlación análoga a (2.23), solamente que en ésta el radio r del círculo se sustituirá por el semieje mayor a, y T significará el período de revolución del cuerpo por la elipse. Escribiremos esta relación para dos cuerpos cuyas masas son m_1 y m_2, los semiejes mayores de sus órbitas elípticas son a_1 y a_2, y designaremos por T_1 y T_2 los períodos de sus revoluciones alrededor de sus cuerpos centrales con masas M_1 y M_2. Entonces

$$\frac{a_1^3}{T_1^2(M_1+m_1)} = \frac{G}{4\pi^2}, \quad \frac{a_2^3}{T_2^2(M_2+m_2)} = \frac{G}{4\pi^2},$$

de donde

$$\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{T_2^2(M_2+m_2)}=\frac{a_1^3}{a_2^3}. \tag{2.24}$$

Esta es la expresión exacta de la tercera ley de Kepler. Si examinamos el movimiento de dos planetas alrededor del Sol, es decir, alrededor de un mismo cuerpo ($M_1=M_2$) y desatendemos de las masas de los planetas ($m_1\approx m_2=0$) en comparación con la masa del Sol, obtendremos la fórmula (2.7), deducida por Kepler de las observaciones

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Ya que las masas de los planetas en comparación con la masa del Sol son insignificantes, la fórmula de Kepler concuerda bastante bien con las observaciones. Las fórmulas (2.23) y (2.24) desempeñan un papel importante en la astronomía: dan la posibilidad de determinar las masas de los cuerpos celestes (véase § 58).

§ 52. *Concepto sobre el movimiento perturbado*

Si cualquier cuerpo del Sistema solar fuese atraído solamente por el Sol entonces dicho cuerpo se movería alrededor de éste exactamente de acuerdo a las leyes de Kepler. Semejante movimiento, que corresponde a la solución del problema de los dos cuerpos, se denomina *movimiento no perturbado*. En realidad todos los cuerpos del Sistema Solar no sólo son atraídos por el Sol, sino que también se atraen mutuamente entre sí. Por esta razón ningún cuerpo del Sistema Solar puede moverse por una elipse, parábola, o hipérbola y, mucho menos, por un círculo. Las desviaciones en los movimientos de los cuerpos respecto a las leyes de Kepler se denominan *perturbaciones*, y el movimiento real de los cuerpos se denomina *movimiento perturbado*. Las perturbaciones de los cuerpos del Sistema Solar tienen carácter muy complejo y, aunque son relativamente pequeñas, su control es extraordinariamente difícil, ya que las masas de estos cuerpos en comparación con la masa del Sol son insignificantes (su masa total es menor de 1/700 partes de la masa del Sol). Las perturbaciones se pueden considerar como la diversidad entre las posiciones del astro durante los movimientos perturbado y no perturbado, y el movimiento perturbado del cuerpo se puede considerar como el movimiento por las leyes de Kepler con elementos variables de su órbita.

Las variaciones de los elementos de la órbita del cuerpo como resultado de su atracción por otros cuerpos, aparte del central, se denominan *perturbaciones*, o *desigualdades de los elementos*. Las perturbaciones de los elementos se dividen en *seculares* y *periódicas*.

Las perturbaciones seculares de los cuerpos del Sistema Solar dependen de la disposición mutua de sus órbitas, que en el transcurso de intervalos

muy grandes de tiempo varían muy poco. Por esto, las perturbaciones seculares de los elementos transcurren en una misma dirección y su magnitud es aproximadamente proporcional al tiempo. A las perturbaciones seculares están expuestas dos elementos de la órbita: la longitud del nodo ascensional Ω y la longitud del perihelio π.

Las perturbaciones periódicas dependen de la posición relativa de los cuerpos en sus órbitas, que durante el movimiento de dichos cuerpos por órbitas cerradas se repite durante determinados intervalos de tiempo. Por esto, las perturbaciones periódicas de los elementos de las órbitas transcurren alternativamente ora en una dirección, ora en dirección contraria, y a estas perturbaciones se encuentran sometidos en uno u otro grado todos los elementos de las órbitas. Puesto que en los planetas grandes las órbitas no perturbadas son curvas cerradas (elipses), y a las perturbaciones seculares solamente están sometidas las longitudes de los nodos y las longitudes de los perihelios, el Sistema Solar deberá permanecer en un futuro próximo, en sus rasgos más esenciales, tal y como es en la actualidad. No obstante, la cuestión respecto a la estabilidad del Sistema Solar en el transcurso de períodos de tiempo de extraordinaria duración, por ejemplo, durante varios miles de millones de años, queda sin resolver.

§ 53. *Concepto sobre la fuerza perturbadora*

Sean tres los cuerpos celestes: el Sol C con masa M, el planeta P_1 con masa m_1 a la distancia r_1 del centro del Sol y el planeta P_2 con masa m_2 a la distancia r_2 del centro del Sol y a la distancia r del planeta P_1 (fig. 32). Los tres cuerpos interaccionan entre sí según la ley de la gravitación universal de Newton.

El Sol obtiene la aceleración

$$w_1 = G\frac{m_1}{r_1^2}$$

en la dirección CP_1 por parte del planeta P_1 y la aceleración

$$w_2 = G\frac{m_2}{r_2^2}$$

en la dirección CP_2 por parte del planeta P_2.

Examinemos el movimiento del planeta P_1 respecto al Sol. En este caso sobre el planeta P_1 actuarán fuerzas que provocarán las aceleraciones siguientes:

$$w = G\frac{M + m_1}{r_1^2} \text{ en la dirección } P_1C,$$

$$w' = G\frac{m_2}{r^2} \text{ en la dirección } P_1P_2,$$

y

$$w'' = -w_2 = G\frac{m_2}{r_2^2} \text{ en la dirección paralela a } P_2C$$

La primera aceleración w es la aceleración del movimiento relativo, provocado por la atracción del Sol; ésta determina el movimiento del planeta P_1 alrededor del Sol según las leyes de Kepler.

Las aceleraciones w' y w'' componen la aceleración de la *fuerza perturbadora* y determinan las divergencias en el movimiento del planeta P_1 respecto a las leyes de Kepler. La fuerza perturbadora, por consiguiente, se compone de dos fuerzas: de acción del planeta P_2 sobre el Sol. Puesto que la aceleración w'' se traza hacia el lado opuesto a w_2, *la fuerza perturbadora es la diferencia geométrica de las acciones del cuerpo perturbador sobre el planeta y sobre el Sol.* Como se ve en la fig. 32 la fuerza perturbadora (aceleración

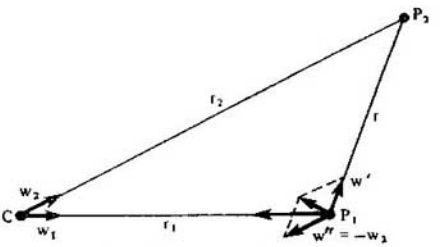


Fig. 32. Fuerza perturbadora.

perturbadora) en el caso general no está dirigida hacia el cuerpo perturbador, es decir, hacia el planeta P_2. La fuerza perturbadora estará dirigida exactamente hacia el cuerpo perturbador P_2 sólo en aquel caso cuando los cuerpos P_1 y P_2 se encuentran ambos en una misma recta, y hacia un mismo lado del Sol (en el orden CP_1P_2 o CP_2P_1). Si, por el contrario, los cuerpos P_1 y P_2 se encuentran en una misma recta que el Sol (P_1CP_2), pero a diferentes lados de éste, entonces la fuerza perturbadora está dirigida desde el cuerpo perturbador. La magnitud y dirección de la fuerza perturbadora, como resultado del movimiento de los cuerpos, varían continuamente.

§ 54. *La fuerza que perturba el movimiento de la Luna*

Para la Luna el cuerpo central es la Tierra, y el cuerpo perturbador fundamental es el Sol.

Las atracciones de los planetas también influyen sobre el movimiento de la Luna, pero las perturbaciones que éstos provocan son relativamente

insignificante y muchas veces menores que las perturbaciones provocadas por el Sol. La gravitación del Sol comunica a la Luna la aceleración

$$w = G\frac{M}{r_1^2},$$

donde M es la masa del Sol y r_1 es la distancia de la Luna al Sol.

La Tierra, a su vez, atrae a la Luna con una fuerza que comunica a ésta la aceleración

$$g = G\frac{m}{r^2},$$

donde m es la masa de la Tierra y r es la distancia de la Tierra a la Luna.

Dividiendo la primera aceleración por la segunda obtenemos

$$\frac{w}{g} = \frac{M}{m}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2.$$

Puesto que $M/m = 333000$ (véase el § 58) y $r/r_1 = 1/390$, la fuerza de atracción de la Luna por el Sol es más de dos veces mayor que la fuerza de atracción de la Luna por la Tierra. Pero sobre el movimiento de la Luna respecto a la Tierra influye no la fuerza de la gravitación del Sol, sino la diferencia de las atracciones que éste ejerce sobre la Luna y de la Tierra (véase el § 53). Y como la aceleración de la tierra por la atracción del Sol es

$$w' = G\frac{M}{a^2},$$

donde a es la distancia de la Tierra al Sol, entonces, por consiguiente, la aceleración perturbadora w_1 del movimiento de la Luna es igual a la diferencia de las aceleraciones w y w'.

Esta aceleración w_1 y, por lo tanto, también la fuerza perturbadora, alcanzan una magnitud máxima cuando la Luna L_1 se encuentra entre el Sol C y la Tierra T (fig. 33). En este caso la aceleración perturbadora

$$w_1 = \frac{GM}{(a-r)^2} - \frac{M}{a^2} = GM\frac{2ar - r^2}{(a-r)^2a^2}.$$

Ya que r es pequeño en comparación con a, la diferencia $a - r$ se distingue poco de a, y los paréntesis en el denominador se pueden sustituir por a^2, pudiendo despreciarse en el numerador la magnitud r^2. Entonces

$$w_1 \approx G\frac{2rM}{a^3}$$

En la posición L_3 (véase la fig. 33) la aceleración que el Sol comunica a la Luna es casi la misma. Efectivamente, en este caso

$$w_3 = \frac{GM}{a^2} - \frac{GM}{(a+r)^2} \approx G\frac{2rM}{a^3}.$$

De este modo, la fuerza que perturba el movimiento de la Luna no es inversamente proporcional al cuadrado, sino al cubo de la distancia hasta el cuerpo perturbador (hasta el Sol) y su magnitud es

$$\frac{w_1}{g} = 2\frac{M}{m}\left(\frac{r}{a}\right)^3,$$

es decir, aproximadamente 1/90 de la fuerza de atracción de la Luna por la Tierra.

En la posición L_1 la fuerza perturbadora del Sol aleja a la Luna de la Tierra, mientras que en la posición L_3 aleja a la Tierra de la Luna. En las posiciones L_2 y L_4 la fuerza perturbadora acerca un poco a la Luna y a la Tierra, ya que las fuerzas con las que el Sol las atrae son en estos casos iguales por su magnitud, mientras que las direcciones de las fuerzas se encuentran bajo un ángulo agudo.

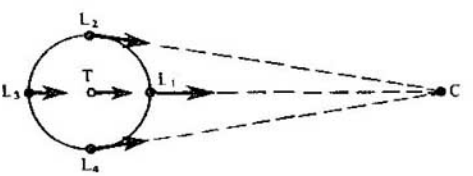


Fig. 33 Fuerza perturbadora en el movimiento de la Luna.

§ 55. *Mareas de flujo y reflujo*

Puesto que las dimensiones de la Tierra no son infinitamente pequeñas en comparación con las distancias hasta la Luna y el Sol, entonces, independientemente de la forma de la Tierra, las fuerzas de las atracciones lunar y solar sobre los distintos puntos de la Tierra no son iguales. Como resultado aparece una fuerza perturbadora que actúa sobre dichos puntos en conformidad con las diferentes distancias y direcciones desde estos puntos hasta el cuerpo que atrae. Si la Tierra fuese un cuerpo absolutamente sólido, es decir, si sus puntos no pudiesen cambiar su posición respecto al centro de la Tierra entonces, bajo la acción de estas fuerzas perturbadoras, aparecerían tensiones apenas perceptibles. Pero la Tierra no es un cuerpo absolutamente sólido, por lo que la acción de las fuerzas perturbadoras sobre ciertas partes de la superficie terrestre provoca fenómenos que se denominan mareas de *flujo* y *reflujo*.

Supongamos, para simplificar, que la superficie sólida de la Tierra está cubierta uniformemente por todos los lados por el océano (fig. 34). La Luna atrae hacia sí a toda partícula de la superficie sólida de la Tierra y a toda gota de agua del océano, comunicándolas aceleraciones inversamente

proporcionales al cuadrado de la distancia entre la partícula y el centro de la Luna. La resultante de las aceleraciones comunicadas a las partículas sólidas pasa por el centro de la Tierra T y es igual a

$$w_T = G\frac{m}{r^2},$$

donde m es la masa de la Luna, y r es la distancia entre los centros de la Luna y de la Tierra. En lo que concierne al agua del océano, la aceleración en el punto A es mayor que w_T, y en el punto B ella es menor que w_T, ya que

$$w_A = G\frac{m}{(r-R)^2} \quad \text{y} \quad w_B = G\frac{m}{(r+R)^2},$$

donde R es el radio de la Tierra.

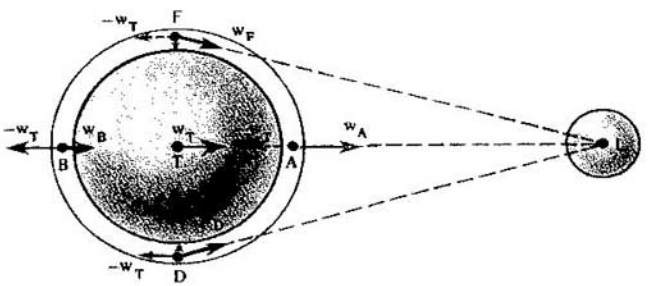


Fig. 34. Formación de las mareas altas.

La aceleración relativa (respecto al centro de la Tierra) en el punto A es igual a la diferencia $w_A - w_T$, es decir,

$$w_A - w_T = Gm\left[\frac{1}{(r-R)^2} - \frac{1}{r^2}\right]$$

ó

$$w_A - w_T = Gm\frac{2rR - R^2}{(r-R)^2 r^2}.$$

Como el radio R de la Tierra, en comparación con la distancia r hasta la Luna, es una magnitud pequeña, en el numerador se puede despreciar del miembro R^2 y en el denominador, en lugar de la diferencia $(r-R)$, dejar solamente r. Entonces

$$w_A - w_T = Gm\frac{2R}{r^3}$$

Esta diferencia de aceleraciones está dirigida desde el centro de la Tierra, ya que $w_A > w_T$. La diferencia de las aceleraciones $w_B - w_T$, por su magnitud, es aproximadamente parecida y también está dirigida desde el centro de la Tierra, en vista de que $w_B < w_T$. Por consiguiente, en los puntos A y B la acción de la Luna debilita la fuerza de gravedad en la superficie terrestre.

En los puntos F y D las aceleraciones w_F y w_D, transmitidas por la Luna, están dirigidas en un ángulo obtuso respecto a la aceleración contraria a la aceleración en el punto T; las aceleraciones resultantes aquí están dirigidas casi hacia el centro de la Tierra. Por lo tanto, en los puntos F y D la acción de la Luna aumenta la fuerza de gravedad terrestre.

En los puntos intermedios entre F y A, A y D, las aceleraciones resultantes están dirigidas hacia el lado del punto A, y entre F y B, B y D, están dirigidas hacia el lado del punto B. Si estas aceleraciones resultantes se descomponen por el radio y por la tangente entonces, en los puntos intermedios, se obtiene un pequeño acrecentamiento o debilitamiento de la fuerza de gravedad terrestre y, lo que es de particular importancia, se logran aceleraciones dirigidas hacia el punto A en una parte de la Tierra (FAD) y hacia el punto B en la otra parte (FBD). El efecto de estas aceleraciones conduce al hecho de que el agua en el océano se precipita en una mitad de la Tierra hacia el punto A, donde la Luna se encuentra en el cenit, y en la otra mitad se precipita hacia el punto B, donde la Luna se encuentra en el nadir.

Por lo tanto, bajo la acción de la atracción lunar, la envoltura ácuea de la Tierra, adquiere la forma de una elipsoide, estirada hacia la dirección de la Luna, y cerca de los puntos A y B tendrá lugar la marea de flujo, y en los puntos F y D la marea de reflujo.

Como resultado de la rotación de la Tierra los salientes de la marea de flujo se forman en cada momento en nuevos lugares de la superficie terrestre. Por esto, en el intervalo de tiempo entre dos culminaciones sucesivas superiores (o inferiores) de la Luna, por término medio igual a $24^h\,52^m$, los salientes de la marea de flujo darán una vuelta alrededor del globo terrestre y durante este tiempo, en cada lugar, tendrán lugar dos flujos y dos reflujos.

Bajo la acción de la gravitación solar la superficie ácuea de la Tierra experimenta también mareas de flujo y reflujo, pero las mareas solares son 2,2 veces menores que las lunares. Efectivamente, la aceleración de la fuerza del Sol, creadora de la marea de flujo, es igual a

$$GM_\odot \frac{2R}{a^3},$$

donde $M_\odot$ es la masa del Sol, y a es la distancia de la Tierra al Sol. Dividiendo la aceleración de la fuerza de la Luna, creadora de la marea de flujo, por esta aceleración obtendremos

$$\frac{m}{M_\odot}\frac{a^3}{r^3} \approx 2{,}2,$$

pues como $M_{\odot} = 333\,000$ masas de la Tierra, $m \approx 1/81$ masa de la Tierra y $a = 390r$. Por consiguiente, la fuerza de la marea de flujo creada por el Sol es 2,2 veces menor que la creada por la Luna. Los flujos solares no se observan por separado, éstos solamente varían la magnitud de los flujos lunares.

Durante los novilunios y plenilunios los flujos solar y lunar comienzan simultáneamente, las acciones de la Luna y del Sol se suman y se observa la marea máxima de flujo. En los cuartos de Luna creciente y menguante (las denominadas *cuadraturas*), en el momento del flujo lunar tiene lugar el reflujo solar, y la acción del Sol se resta de la acción de la Luna: se observa la marea mínima de flujo.

En realidad el fenómeno de los flujos y reflujos es mucho más complicado. La Tierra no está cubierta por el océano en todas sus partes y la ola del flujo (saliente del flujo), en su carrera por la superficie del océano, encuentra en su camino las complejas líneas litorales de los continentes, las diferentes formas del fondo del mar y, con esto, experimenta rozamiento. Como regla, debido a las causas indicadas, el momento del flujo no coincide con el momento de culminación de la Luna, sino que llega atrasado aproximadamente en un mismo intervalo de tiempo, que a veces alcanza hasta seis horas. Este intervalo de tiempo se denomina *hora aplicada*. La altura de la marea de flujo no es la misma en los distintos lugares. En los mares internos, por ejemplo, en el Negro y Báltico, los flujos son insignificantes: solamente de algunos centímetros.

En el océano, lejos de la costa, la magnitud del flujo no supera 1 m, pero en el litoral, en dependencia de su configuración y profundidad del mar, las mareas pueden alcanzar una altura considerable. Así, por ejemplo, en la bahía de Penzhinsk (mar de Ojotsk) la magnitud máxima del flujo es de 12,9 m, en la bahía de Frobisher (costa sur de la isla Tierra de Baffin) es de 15,6 m, y en la bahía de Fundy (litoral Atlántico del Canadá) alcanza 18 m. El rozamiento de la ola del flujo con las partes sólidas de la Tierra provoca una deceleración sistemática de la rotación de ésta (véase el § 75).

La atmósfera terrestre experimenta también flujos y reflujos, hecho que se refleja en los cambios de la presión atmosférica. Los fenómenos de los flujos se observan también en la corteza terrestre, aunque en dimensiones considerablemente menores que en la capa acuea. Y, sin embargo, a causa de estos fenómenos los puntos de la superficie terrestre se elevan y descienden dos veces al día, por término medio, en algunos decímetros.

§ 56. *El problema de los tres y más cuerpos*

La determinación del movimiento de tres cuerpos que se atraen mutuamente con una fuerza proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos se denomina *problema de los tres cuerpos*.

En 1912 el matemático finlandés Sundman obtuvo la solución teórica de este problema con condiciones iniciales arbitrarias en forma de series convergentes. Pero estas series son tan complicadas y convergen tan

lentamente que no permiten calcular las posiciones de los cuerpos en el espacio ni sacar ninguna conclusión respecto al carácter y propiedades de los movimientos de los cuerpos. Por esto las fórmulas de Sundman por ahora no tienen valor práctico.

Lagrange demostró en 1772 que existe una cantidad determinada de casos particulares en el problema de los tres cuerpos, en los que se puede hallar la solución exacta. Si se dan las masas de los cuerpos y su posición en el plano como, por ejemplo, en la fig. 206 del § 156, entonces los casos particulares que se examinan del movimiento en este plano se obtienen al situarse el tercer cuerpo en uno de los cinco puntos denominados *puntos de libración o puntos de Lagrange*. Los primeros tres puntos de libración se sitúan en puntos determinados de la recta que une ambas masas dadas, con esto uno de ellos se encuentra entre dichas masas, y los otros dos, fuera de ellas. El cuarto y quinto puntos son vértices de dos triángulos equiláteros en los que los vértices restantes están ocupados por las masas dadas. Lagrange demostró que si el tercer cuerpo se encuentra en uno de los cinco puntos de libración, la configuración que forman los tres cuerpos siempre permanece semejante a sí misma, y sus movimientos transcurren por secciones cónicas de igual aspecto. De este modo:

1) si tres cuerpos se encuentran en una misma recta éstos, permaneciendo en ella, giran alrededor de un centro común de las masas;

2) si los tres cuerpos están situados en los vértices de un triángulo equilátero entonces rotan alrededor del centro común de las masas, de tal manera que el triángulo siempre sigue siendo equilátero.

Lagrange consideraba que las soluciones halladas por él tenían valor puramente teórico. Sin embargo, en el siglo XIX se descubrieron dos grupos de asteroides (planetas pequeños) cuyos movimientos corresponden aproximadamente a la segunda solución de Lagrange (véase el § 142). La primera solución permite estudiar el movimiento de los chorros gaseosos en las envolturas de los sistemas binarios estrechos, de lo que se tratará en el § 157.

El problema de la determinación de los movimientos de cuatro y más cuerpos (*problema de los n cuerpos*), que se atraen mutuamente de acuerdo a la ley de Newton, es aún más complicado que el problema de los tres cuerpos, y hasta la fecha no ha sido resuelto. Por esto, durante la investigación de los movimientos de *n* cuerpos, por ejemplo, de los cuerpos del Sistema Solar, se utiliza el método del cálculo de las perturbaciones, que permite hallar una solución del problema bastante aproximada a la solución exacta en un determinado intervalo de tiempo. El cálculo de las perturbaciones para los cuerpos del Sistema Solar es uno de los problemas más importantes, pero muy difíciles, de la mecánica celeste, que hoy está considerablemente aliviado gracias al empleo de las computadoras electrónicas.

§ 57. *El descubrimiento de Neptuno*

Uno de los logros más brillantes de la mecánica celeste es el descubrimiento del planeta Neptuno.

En 1781 el astrónomo inglés William Herschel descubrió un nuevo planeta grande que obtuvo el nombre de Urano y el cual era hasta entonces considerado como una estrella, y reiteradamente, casi en el transcurso de todo un siglo, determinaron sus coordenadas. Cuando por estas coordenadas comenzaron a calcular la órbita de Urano resultó que en su movimiento, incluso teniendo en cuenta todas las perturbaciones ocasionadas por los planetas grandes entonces conocidos, existían divergencias con el movimiento kepleriano. Para explicar estes divergencias residuales se formuló la hipótesis de que éstas eran provocadas por la acción de otro planeta desconocido, y ante la astronomía surgió el problema: por las perturbaciones en el movimiento de Urano determinar la posición (las coordenadas) del planeta perturbador. Este difícil problema matemático fue resuelto casi simultáneamente, en forma independiente, por los sabios francés Le Verrier e inglés Adams. El 23 de septiembre de 1846 el astrónomo alemán Galle encontró el supuesto planeta nada más que a la distancia aproximada de 1° de aquel punto del cielo que le señaló Le Verrier con sus cálculos. El nuevo planeta recibió el nombre de Neptuno.

El descubrimiento de Neptuno que, según la expresión de Engels, se realizó en "la punta de la pluma", es una convincentísima demostración de la exactitud de la *masas de los cuerpos celestes*

§ 58. *Determinación de las masas de los cuerpos celestes*

La ley de la gravitación universal de Newton permite medir una de las características físicas más importantes del cuerpo celeste: su masa.

La masa del cuerpo celeste se puede determinar: a) midiendo la fuerza de la gravedad en la superficie del cuerpo dado (procedimiento gravimétrico); b) por la tercera ley (precisada) de Kepler; c) mediante el análisis de las perturbaciones observadas, ocasionadas por el cuerpo celeste en los movimientos de otros cuerpos celestes.

El primer procedimiento se empleó hasta ahora solamente para la Tierra y consiste en lo siguiente.

En virtud de la ley de gravitación, la aceleración de la fuerza de gravedad en la superficie de la Tierra

$$g = G\frac{m}{R^2},$$

donde m es la masa de la Tierra y R su radio. De aquí la masa de la Tierra

$$m = \frac{gR^2}{G}. \tag{2.25}$$

La aceleración de la fuerza de gravedad (mejor dicho, la aceleración de la componente de la fuerza de la gravedad, determinada solamente por la fuerza de atracción), igual que el radio R de la Tierra, se determina por las mediciones directas en la superficie de esta última (véanse los § 46 y 62). La constante G de gravitación ha sido determinada con suficiente exactitud por los experimentos de Cavendish y de Jolli, bien conocidos en la física.

Con los valores aceptados actualmente de las magnitudes g, R y G, por la fórmula (2.25), se obtiene la masa de la Tierra:

$$m = 5{,}976 \cdot 10^{27}\, g \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}.$$

Conociendo la masa de la Tierra y su volumen es fácil hallar la densidad media de la misma. Esta es igual a 5,5 g/cm^3.

La tercera ley precisada de Kepler permite determinar la relación entre la masa del Sol y la masa de un planeta, si este último tiene por lo menos un satélite y se conoce la distancia del satélite al planeta y el período de revolución alrededor del este último.

Efectivamente, el movimiento del satélite alrededor del planeta se somete a las mismas leyes que el movimiento de un planeta alrededor del Sol y, por consiguiente, la ecuación (2.24) puede escribirse en este caso de la forma:

$$\frac{T^2 (M + m)}{t_s^2 (m + m_s)} = \frac{a^3}{a_s^3},$$

donde M, m y m_s son, respectivamente, las masas del Sol, del planeta y de su satélite, T y t_s son los períodos orbitales del planeta alrededor del Sol y del satélite alrededor del planeta, a y a_s son las distancias del planeta al Sol y del satélite al planeta.

Dividiendo el numerador y el denominador de la fracción del primer miembro de esta ecuación por m y resolviendo ésta respecto a la masa, obtenemos

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) : \left(1 + \frac{m_s}{m}\right) = \frac{t_s^2 a^3}{T^2 a_s^3}. \tag{2.26}$$

La relación $\dfrac{M}{m}$ es muy grande para todos los planetas; la relación $\dfrac{m_s}{m}$, por el contrario, es pequeña (excepto la de la Tierra y de su satélite la Luna) y se puede despreciar. Entonces en la ecuación (2.26) queda solamente una relación incógnita $\dfrac{M}{m}$, que se calcula fácilmente con dicha ecuación. Por ejemplo, para Júpiter, la relación inversa $\dfrac{M}{m}$, determinada de esta forma, es igual a 1 : 1050.

Puesto que la masa de la Luna, el único satélite de la Tierra, es bastante grande en comparación con la masa terrestre, en la ecuación (2.26) no se

puede despreciar la relación $\frac{m_5}{m}$. Por esto, para comparar la masa del Sol con la masa de la Tierra, es menester previamente determinar la masa de la Luna. La determinación exacta de la masa de la Luna es un problema bastante difícil, que se resuelve mediante el análisis de aquellas perturbaciones en el movimiento de la Tierra que están provocadas por la Luna.

Bajo el influjo de la gravitación lunar la Tierra debe describir en el transcurso de un mes una elipse alrededor del centro común de masas del sistema Tierra-Luna.

Mediante determinaciones exactas de las posiciones aparentes del Sol se descubrieron cambios en su longitud con período mensual, denominados "*desigualdad lunar*". La existencia de la "*desigualdad lunar*" en el movimiento aparente del Sol señala el hecho de que el centro de la Tierra efectivamente describe una elipse pequeña en el transcurso del mes alrededor del centro común de masas "Tierra-Luna", que está situado en el interior de la Tierra a la distancia de 4650 km del centro de esta última. Ello permite determinar la relación entre la masa de la Luna y la masa de la Tierra. La posición del centro de las masas del sistema "Tierra-Luna" fue también hallado mediante las observaciones del planeta pequeño Eros en 1930–1931. Según las perturbaciones en los movimientos de los satélites artificiales de la Tierra la relación entre las masas de la Luna y de la Tierra resultó ser igual a $\frac{1}{81{,}30}$. Este último valor es el más exacto, y en 1964 la Unión Astronómica Internacional lo adoptó como definitivo entre otras constantes astronómicas. Dicho valor se confirmó en 1966 con el cálculo de la masa de la Luna por los parámetros de revolución de sus satélites artificiales.

Con la conocida relación de las masas de la Luna y de la Tierra, de la ecuación (2.26), se obtiene que la masa del Sol $M_\odot$ es 333 000 veces mayor que la masa de la Tierra, es decir,

$$M_\odot \approx 2 \cdot 10^{33} \text{ g}.$$

Conociendo la masa del Sol y la relación entre esta masa y la masa de cualquier otro planeta es fácil determinar la masa de este planeta.

Las masas de los planetas que no tienen satélites (Mercurio, Venus, Plutón) se determina mediante el análisis de aquellas perturbaciones que éstos causan en los movimientos de otros planetas o cometas. Así, por ejemplo, las masas de Venus y de Mercurio están calculadas por aquellas perturbaciones que ellos producen en los movimientos de la Tierra, Marte, ciertos planetas pequeños (asteroides) y del cometa Encke-Backlunda, así como por las perturbaciones que provocan unos en otros.

§ 59. *Movimiento de los satélites artificiales de la Tierra*

Con el lanzamiento el 4 de octubre de 1957 del primer satèlite soviético artificial de la Tierra la humanidad abrió una nueva era en su historia: la era de la creación de cuerpos celestes artificiales.

Aunque los cuerpos celestes artificiales se someten a las mismas leyes que los cuerpos naturales, ciertas particularidades de sus órbitas y las condiciones que determinan el carácter de su movimiento merecen un estudio especial.

Los satélites artificiales de la Tierra (SAT) se ponen en órbita con ayuda de cohetes de varias etapas. La última etapa del cohete comunica al satélite una velocidad determinada a la altura dada. El cuerpo lanzado horizontalmente a una altura h de la superficie de la Tierra se convertirá en SAT si su velocidad en este momento resulta ser suficiente.

Si la velocidad de lanzamiento es exactamente igual a la velocidad circular en la altura dada h, entonces el cuerpo se desplazará por la órbita circular

Si esta velocidad es superior a la circular, entonces el cuerpo se desplazará por una elipse, además, el perigeo de esta elipse resulta encontrarse en el punto de salida a la órbita.

Si, por el contrario, la velocidad comunicada es algo menor que la circular y la altura h es suficientemente grande, entonces el cuerpo se desplazará por una órbita elíptica, pero en este caso el punto de salida a la órbita será el apogeo.

La masa del satélite artificial es insignificante en comparación con la masa de la Tierra, y ella se puede despreciar; entonces, de acuerdo a (2.19) y (2.25), la velocidad v_s a la distancia $r = R + h$ del centro de la Tierra será

$$v_s = \sqrt{\frac{fm}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}, \tag{2.27}$$

donde m es la masa de la Tierra, R es el radio de ésta, g es la aceleración de la fuerza de la gravedad en la superficie de la Tierra, y h es la altura del punto de lanzamiento del satélite respecto a la superficie de la Tierra.

En el satèlite imaginario que se desplaza por una circunferencia en la propia superficie de la Tierra ($h = 0$), cuando $R = 6{,}378 \cdot 10^8$ cm y $g = 981$ cm/s^2, la velocidad deberá ser igual a

$$v_{1c} = 7{,}91 \text{ km/s}.$$

La velocidad v_{1c} se denomina *primera velocidad cósmica* respecto a la Tierra. Sin embargo, debido a la existencia de la atmósfera alrededor de la Tierra, realmente no puede existir un satélite que se desplace casi por la superficie de ésta. Por esto, el lanzamiento de los SAT se efectúa a cierta altura h ($h > 150$ km). La velocidad circular a la altura h es menor que la

primera velocidad cósmica v_{1c} y se calcula por la ecuación (2.27) o por la fórmula

$$v_s = v_{1c}\sqrt{\frac{R}{R+h}}.$$

Los elementos de la órbita del SAT dependen del lugar y tiempo de su lanzamiento, de la magnitud y dirección de la velocidad inicial. La relación entre el eje mayor a de la órbita del satélite y su velocidad inicial v_0, de acuerdo con la integral de la energía (2.18), se determina por la fórmula

$$v_0^2 = Gm\left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a}\right),$$

donde r_0 es la distancia desde el punto de entrada en órbita del SAT al centro de la Tierra.

Generalmente el lanzamiento del SAT se efectúa horizontalmente, mejor dicho, perpendicularmente respecto a la dirección radial. La excentricidad e de la órbita durante el lanzamiento horizontal es igual a

$$e = 1 - \frac{q}{a}$$

donde q es la distancia del perigeo (el punto de la órbita más próximo al centro de la Tierra).

En caso de órbita elíptica (fig. 35) $q = a(1-e) = R + h_P$, donde h_P es la altura lineal del perigeo sobre la superficie de la Tierra. La distancia del apogeo (el punto de la órbita más alejado del centro de la Tierra), $Q = a(1+e) = R + h_A$, donde h_A es la altura del apogeo sobre la superficie terrestre. Si el lanzamiento se efectuó en el perigeo (cosa que puede no haber sucedido), entonces $r_0 = q = R + h_P$.

La dependencia entre la forma dela órbita del SAT y la velocidad inicial, con la que éste se puso en órbita, se expone en la fig. 36. Si se le comunica al satélite en el punto K una velocidad horizontal, igual a la circular para esta distancia al centro de la Tierra, entonces este satélite se desplazará por la órbita circular (I). Si la velocidad inicial en el punto K es menor que la velocidad circular correspondiente entonces el satélite se desplazará por la elipse (II), y si la velocidad es muy pequeña por la elipse (III), fuertemente estirada y que corta la superficie terrestre; en este caso el satélite lanzado caerá sobre la superficie de la Tierra, sin dar ni una sola vuelta a ésta. Si la velocidad en el punto K es superior a la respectiva velocidad circular, pero menor que la parabólica correspondiente, entonces el satélite se desplazará por la elipse (IV).

La disposición aproximada de la órbita elíptica del satélite en el espacio se muestra en la fig. 37. Aquí i es la inclinación de la órbita del satélite respecto al ecuador de la Tierra; ☊ es el nodo ascendente de la órbita; ☋, el nudo descendente; P, el perigeo de la órbita; A, el apogeo de la órbita; ♈ es el punto del equinoccio de primavera; Ω, la ascensión recta del nodo

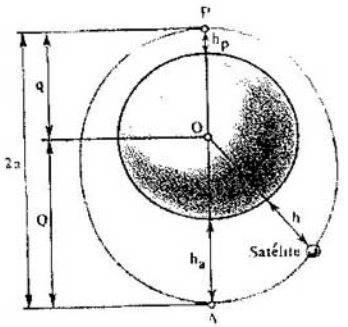


Fig. 35. Órbita elíptica de un satélite artificial de la Tierra.

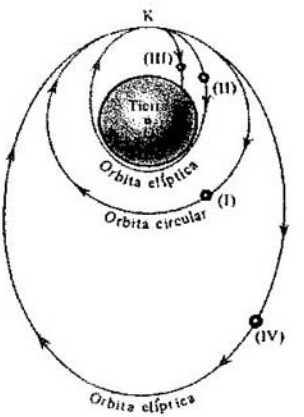


Fig. 36. Dependencia entre la forma de la órbita del SAT y la velocidad inicial.

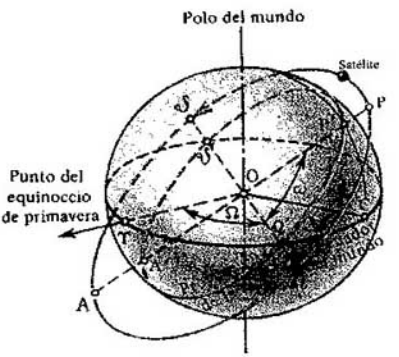


Fig. 37. Órbita de un SAT y su proyección sobre la esfera celeste.

ascendente y, por último, ω es la distancia angular entre el perigeo y el nodo ascendente.

El período orbital del SAT se determina por la tercera ley de Kepler (2.23). Este período es igual a

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{Gm}} a^{3/2},$$

o, si se tiene en cuenta (2.25),

$$T = \frac{2\pi}{R\sqrt{g}} a^{3/2}.$$

Si a se expresa en kilometros, cuando $R = 6370$ km y $g = 981$ cm/s^2, el período orbital del satélite se obtiene en minutos por la fórmula siguiente:

$$T = 1{,}659 \cdot 10^{-4} a^{3/2}.$$

Existen dos causas fundamentales que varían la órbita del SAT: la acción del engrosamiento ecuatorial de la Tierra y el influjo de la resistencia de la atmósfera de la Tierra. La primera causa provoca perturbaciones seculares del nodo ascendente $\Delta\Omega$ y del perigeo $\Delta\omega$, que sin dificultad son tenidas en cuenta por las fórmulas de la mecánica celeste. La segunda causa provoca la disminución del semieje mayor a, es decir, de la altura h, y el cambio de forma de la órbita. Puesto que la densidad de la atmósfera disminuye rápidamente con la altura, el satélite experimenta cerca del perigeo la resistencia fundamental y la disminución de la velocidad. Como resultado de esto la altura del apogeo de la órbita del satélite disminuye evidentemente (la altura del perigeo merma mucho más lentamente). En consecuencia disminuyen también como consecuencia el semieje mayor y la excentricidad de la órbita; la órbita del satélite se redondea paulatinamente. Cuando la altura del apogeo se hace comparable con la altura del perigeo, el satélite comienza a frenarse y pierde velocidad a lo largo de casi toda su órbita, la disminución de la altura del apogeo y del perigeo transcurre aun más rapidamente y el satélite, aproximándose en espiral hacia la superficie de la Tierra, entra en las capas densas de la atmósfera y se desintegra. Puesto que el satélite desciende en cada vuelta, su energía potencial disminuye, y una parte de esta pasa a ser energía cinética. Este incremento de la energía cinética cubre con largueza la energía del movimiento que se gasta durante el frenado. Por esto la velocidad del satélite no merma sino que, por el contrario, aumenta, al mismo tiempo que la órbita disminuye. Por consiguiente, a medida que desciende el satélite su período de revolución alrededor de la Tierra se reduce.

El movimiento perturbado del satélite descrito se da en una primera aproximación. En realidad, los elementos de la órbita del satélite, experimentan perturbaciones más complicadas y diversas. La contracción de la Tierra, la diferencia entre el campo gravitacional y el campo de la masa de atracción esférico-simétrica, provocan no sólo perturbaciones seculares de la longitud del nodo ascendente Ω y de la distancia entre el perigeo y el nodo ω.

Estas son también la causa de sus perturbaciones periódicas, así como de la excentricidad e (aunque, en realidad, muy moderadas) y de las pequeñas oscilaciones de la inclinación i de la órbita respecto al ecuador.

La existencia de la atmósfera no sólo provoca la disminución secular del semieje mayor a y de la excentricidad e. La presión lateral sobre el satélite, creada por la atmósfera giratoria, conduce a la variación monótona de i, cuyo signo es determinado por la dirección del movimiento del satélite en la órbita. La atmósfera condiciona también los pequeños cambios periódicos de Ω y ω.

Por último, la acción perturbadora de la Luna y del Sol provocan perturbaciones pequeñas periódicas de todos los elementos de la órbita del satélite.

§ 60. *Movimiento de los aparatos cósmicos*

La trayectoria del aparato cósmico consta de dos tramos fundamentales: activo y pasivo. El movimiento en el tramo activo está determinado fundamentalmente, por empuje de los motores a reacción y por la atracción de la Tierra. El tramo pasivo de la trayectoria comienza desde el momento de la conexión del motor de la última etapa. En el tramo pasivo el aparato cósmico se mueve bajo la acción de la atracción de la Tierra y de otros cuerpos del Sistema Solar (de la Luna, del Sol, de los planetas).

Durante el cálculo preventivo de las trayectorias cósmicas se usa una metodología aproximada, que consiste en lo siguiente. Si la velocidad del aparato al comienzo del tramo pasivo es igual (o mayor) que la velocidad parabólica (2.20) respecto a la Tierra, entonces, si despreciamos las perturbaciones, el aparato cósmico se moverá respecto a la Tierra por una parábola (o por una hipérbola) hasta que no salga de la esfera de la acción de la Tierra o no entre en la esfera de acción de otro cuerpo celeste.

Se denomina esfera de acción de cualquier cuerpo con masa m respecto a otro cuerpo con masa m' al espacio en cuyo interior se cumple la condición

$$\frac{\Delta g}{g} < \frac{\Delta g'}{g'},$$

donde g y g' son las aceleraciones gravitacionales en el campo de atracción de los cuerpos m y m', y Δg y $\Delta g'$ son las aceleraciones perturbadoras por parte, respectivamente, de m' y m. El radio de la esfera de acción es igual a

$$\rho = r\left(\frac{m}{m'}\right)^{2/5},$$

donde r es la distancia entre los cuerpos m y m'. Por ejemplo, el radio de la esfera de acción de la Tierra respecto al Sol es de 930 000 km y el radio de la esfera de acción de la Luna respecto a la Tierra es de 66 000 km.

Hablar en rigor respecto a la esfera de acción del Sol, en este sentido, solamente se puede como si se tratase de una región del espacio determinada

respecto a las estrellas. En lo sucesivo, para simplificar, como esfera de acción del Sol comprenderemos solamente la región del espacio circunsolar, descartando las esferas de acción de los planetas respecto al Sol.

Al entrar en la esfera de acción de otro cuerpo celeste, el aparato cósmico se moverá en lo sucesivo bajo la acción de la fuerza de atracción de este cuerpo. La gravitación de la Tierra dejará de ejercer una influencia esencial sobre el movimiento del aparato y jugará el papel de una fuerza perturbadora.

El carácter del movimiento ulterior del aparato cósmico depende de la magnitud de su velocidad en el límite de la esfera de acción del cuerpo celeste. Si esta velocidad respecto al cuerpo celeste es igual a cero, entonces el aparato cósmico caerá sobre éste.

Si la velocidad del aparato respecto al cuerpo celeste es mayor que cero, pero menor que la velocidad parabólica, entonces, con ciertas condiciones complementarias, el aparato debe convertirse en un satélite artificial de este cuerpo y revolucionará alrededor de él por una órbita circular o elíptica.

Y, por último, si la velocidad del aparato cósmico es igual o menor que la velocidad parabólica, entonces el aparato, después de describir respecto al cuerpo celeste un tramo de parábola o de hipérbola, se alejará de éste, saliendo después de su esfera de acción.

De este modo el aparato cósmico puede caer en la superficie de cualquier cuerpo del Sistema Solar, puede llegar a ser un satélite artificial de éste y puede salir fuera de los límites del Sistema Solar. En este último caso el aparato cósmico debe tener en el límite de la esfera de acción de la Tierra con el Sol una velocidad igual, o mayor, que la velocidad parabólica respecto al Sol.

El primer planeta artificial fue el cohete cósmico soviético lanzado el 2 de enero de 1959.

Para que un aparato cósmico supere la atracción de la Tierra y salga al espacio cósmico es necesario comunicarle en el comienzo del tramo pasivo, una velocidad igual o mayor que la velocidad

$$v_p = v_c\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2Gm}{R+h}}, \tag{2.28}$$

donde h es la altura lineal del punto inicial del tramo pasivo. En la superficie de la Tierra $h = 0$ y

$$v_{2c} = v_{1c}\sqrt{2} = 11{,}2 \text{ km/s}.$$

La velocidad v_{2c} se denomina *segunda velocidad cósmica respecto a la Tierra*. La velocidad parabólica a la altura h es menor que la segunda velocidad cósmica v_{2c} y se determina de la relación (2.28) o por la fórmula

$$v_p = v_{2c}\sqrt{\frac{R}{R+h}}.$$

La velocidad del aparato cósmico en cualquier punto del tramo pasivo (sin tener en cuenta las perturbaciones) se determina por la fórmula

$$v^2 = Gm\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right). \tag{2.29}$$

Para que el aparato cósmico, después de superar la gravitación de la Tierra y entrar en la esfera de acción del Sol, no caiga en la superficie de este, debe tener en este momento una velocidad respecto al Sol que sea distinta de cero. La diferencia entre la velocidad heliocéntrica V_a del aparato (que determina la forma de su órbita respecto al Sol) y la velocidad heliocéntrica V_T de la Tierra se denomina velocidad complementaria V_{com} del aparato. Con esta velocidad el aparato abandona la esfera de acción de la Tierra respecto al Sol.

La velocidad inicial del aparato cósmico v_0, según la fórmula (2.29), se determina por la ecuación

$$v_0^2 = \frac{2Gm}{R+h} - \frac{Gm}{a}.$$

La velocidad del aparato a la distancia $r = \rho$ (donde ρ es el radio de la esfera de acción de la Tierra), es decir, la velocidad complementaria $V_{com.}$ del aparato de acuerdo a la misma fórmula (2.29), se determina por la ecuación

$$V_{\text{com.}}^2 = \frac{2Gm}{\rho} - \frac{Gm}{a}.$$

De las dos ecuaciones últimas obtenemos

$$v_0^2 - V_{\text{com.}}^2 = \frac{2Gm}{R+h} - \frac{2Gm}{\rho}.$$

El primer término en el segundo miembro, de acuerdo con la fórmula (2.28), es igual a v_p^2, y el segundo término, cuando $\rho \to \infty$, se anula. Entonces, la velocidad inicial del aparato cósmico se determina por la fórmula

$$v_0 = \sqrt{v_p^2 + V_{\text{com.}}^2}. \tag{2.30}$$

Hagamos uso de la fórmula (2.30) y calculemos, cuál debe ser la velocidad inicial para que el aparato cósmico, lanzado desde la superficie de la Tierra, abandone los límites del Sistema Solar. En este caso la velocidad heliocéntrica V del aparato debe ser igual a la velocidad parabólica respecto al Sol. La velocidad circular de la Tierra respecto al Sol es $V_c = 29{,}8$ km/s (vease el § 40). La velocidad parabólica respecto al Sol a la distancia de la Tierra al Sol es igual a $V_p = V_c\sqrt{2} = 42{,}1$ km/s. Por consiguiente, la velocidad heliocéntrica del aparato cósmico debe ser igual a $V = V_p = 42{,}1$ km/s.

Si como la velocidad heliocéntrica V_T de la Tierra se toma la velocidad circular de ésta, es decir, $V_T = V_c = 29{,}8$ km/s entonces, cuando el aparato cósmico abandona la esfera de acción de la Tierra en la dirección del

movimiento orbital de esta última, su velocidad complementaria será la siguiente

$$V_{\text{com}} = V_{\text{p}} - V_{\text{c}} = (42{,}1 - 29{,}8)\ \text{km/s} = 12{,}3\ \text{km/s},$$

y si el aparato sale hacia el lado opuesto al movimiento orbital de la Tierra

$$V_{\text{com.}} = V_{\text{p}} + V_{\text{c}} = 71{,}9\ \text{km/s}.$$

Entonces la velocidad inicial del aparato cósmico, de acuerdo con la fórmula (2.30), en el primer caso será igual a

$$v_0 = \sqrt{(11{,}2)^2 + (12{,}3)^2} = 16{,}6\ \text{km/s},$$

y en el segundo caso

$$v_0 = \sqrt{(11{,}2)^2 + (71{,}9)^2} = 72{,}8\ \text{km/s}.$$

Así pues, la velocidad con la que el aparato cósmico lanzado desde la Tierra puede salir fuera de los límites del Sistema Solar depende considerablemente de la reacción entre la dirección en que este aparato sale fuera de la esfera de acción de la Tierra y la dirección del movimiento orbital de la Tierra, y se encuentra dentro de los límites de

$$16{,}6\ \text{km/s} \leqslant v_0 \leqslant 72{,}8\ \text{km/s}.$$

La velocidad mínima $v_{\text{Tc}} = 16{,}6$ km/s se denomina *tercera velocidad cósmica respecto a la Tierra.*

3

DETERMINACIÓN DE LAS DIMENSIONES, FORMA DE LOS CUERPOS CELESTES Y DISTANCIAS HASTA ELLOS

§ 61. *Determinación del radio de la Tierra. Triangulación*

De acuerdo con la teoría de la atracción universal, cualquier cuerpo aislado, macizo, que gire alrededor de su eje con una velocidad dada (no muy velozmente), debe adquirir una forma parecida a la esfera. Efectivamente, todos los cuerpos celestes macizos que observamos (el Sol, la Luna, los planetas) tienen formas que poco se diferencian de las esferas regulares. La esfericidad de la Tierra se ve bien en las fotografías tomadas desde el cosmos.

La esfericidad de la Tierra permite determinar sus dimensiones con un procedimiento que, por primera vez, fue empleado por Eratóstenes en el siglo III a. de n. e. La idea de este procedimiento es simple. Tomemos en el globo terraqueo dos puntos O_1 y O_2, que yacen en el meridiano geográfico (fig. 38). Designemos la longitud del arco O_1O_2 del meridiano por l (por ejemplo, en kilómetros), y su valor angular por n° (por ejemplo, en grados). Entonces, la longitud del arco de 1° del meridiano l_0 será igual a $l_0 = l/n^\circ$, y la longitud de toda la circunferencia del meridiano será $L = 360^\circ\ l_0 = 360^\circ l/n^\circ = 2\pi R$, donde R es el radio del globo terrestre. De aquí

$$R = \frac{180^\circ l}{\pi n^\circ}.$$

El valor angular n° del arco es igual a la diferencia de las latitudes geográficas de los puntos O_1 y O_2, es decir, $n^\circ = \varphi_1 - \varphi_2$, cuyas determinaciones son un simple problema astrométrico (veanse los § 86,87).

Mucho más difícil es determinar la distancia lineal l entre los puntos O_1 y O_2. La medición directa de la distancia por la línea más corta entre estos puntos, que distan uno del otro centenas de kilómetros, es irrealizable a causa de los obstáculos naturales: montañas, bosques, ríos, etc. Por esto la longitud l se determina mediante cálculos con ayuda de un procedimiento especial, que requiere la medición directa solamente de una distancia relativamente pequeña: de la línea *base* y de una serie de ángulos. Este procedimiento se ha elaborado en geodesia y se denomina *triangulación*.

La esencia del método de triangulación consiste en lo siguiente. A ambos lados de arco O_1O_2 (fig. 39), cuya longitud es menester determinar, se eligen varios puntos A, B, C, ... a una distancia de 30–40 km uno del otro. Los puntos se toman de tal manera que desde cada uno de ellos se vean, por lo menos, otros dos. En todos los puntos se instalan señales geodésicas, castilletes en forma de pirámides, de varios decámetros de altura. Encima de la señal se coloca una plataforma para el observador y para el instrumento. La distancia entre cualesquiera dos puntos, por ejemplo, O_1A,

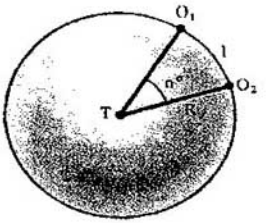


Fig. 38. Medición del radio del globo terráqueo.

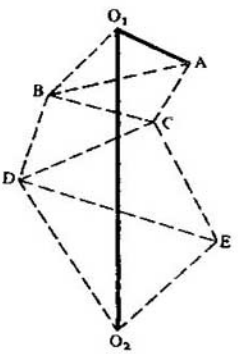


Fig. 39. Triangulación.

se elige en una superficie absolutamente plana y se toma como base. La longitud de la base se mide minuciosamente con ayuda de cintas métricas especiales. Las mediciones actuales más exactas de una base con longitud de 10 km se realiza con un error de ± 2 mm. Seguidamente se instala el instrumento medidor de ángulos (teodolito) sucesivamente en los puntos O_1, A, B, C, ..., O_2 y se miden todos los ángulos de los triángulos O_1AB, ABC, BCD, ... Conociendo en el triangulo O_1AB todos los ángulos y el lado O_1A (la base) también se pueden calcular sus otros dos lados O_1B y AB, y si se conoce el lado AB y todos los ángulos del triángulo ABC se pueden obtener las longitudes de los lados AC y BC, y así sucesivamente. En otras palabras, conociendo en esta cadena de triángulos solamente un lado (la base) y todos los ángulos, se puede calcular la longitud de la línea quebrada O_1BDO_2 (u O_1ACEO_2). En estos cálculos se tiene en cuenta que los triángulos no son planos, sino esféricos. Luego, determinando desde el punto O_1 el acimut de la direccion del lado O_1B (u O_1A), se puede proyectar la línea quebrada O_1BDO_2 (u O_1ACEO_2) sobre el meridiano O_1O_2, es decir, obtener la longitud del arco O_1O_2 en medidas lineales.

§ 62. *Dimensiones y forma de la Tierra*

El método de triangulación fue empleado por Shellius (Shell van Royen) por primera vez en 1615 al medir el arco del meridiano en Holanda. Desde entonces y hasta el presente en distintos países y en diferentes latitudes, se han medido muchos arcos en la superficie de la Tierra, y no sólo por los meridianos, sino tambien por los paralelos. Todas estas mediciones demostraron que la longitud de un arco de 1° del meridiano no es igual en diferentes latitudes: cerca del ecuador esta longitud es igual a 110,6 km, mientras que cerca de los polos es de 111,7 km, es decir, aumenta hacia los polos. Ello significa que la curvatura de la superficie terrestre es menor en las regiones polares que en las ecuatoriales. Por consiguiente, la Tierra difiere de la esfera y tiene una forma algo achatada, parecida al esferoide (elipsoide de revolución).

En el transcurso del último siglo y medio se determinaron reiteradamente los elementos del esferoide terrestre, cuya forma coincidía de mejor manera con las mediciones más exactas de los arcos. En la URSS, en 1940 F.N. Knasovski y A.A. Izotov realizaron determinaciones fundamentales. De acuerdo con las investigaciones de éstos el semieje menor del esferoide, que coincide con el eje de rotación de la Tierra, es $b = 6356{,}86$ km, y el semieje mayor, que yace en el plano del ecuador es $a = 6378{,}24$ km. La relación $\varepsilon = a - b/a$, denominada *achatamiento del esferoide*, es igual a 1/298,3.

Los intentos de representar la superficie de la Tierra con una figura geométrica más complicada, por ejemplo, como un elipsoide triaxial cuyos tres ejes se diferencian entre sí por su longitud, por ahora no han dado resultados concordantes entre sí. No obstante, al deducir los elementos del elipsoide de Krasovski, se tomó un achatamiento ecuatorial de la Tierra igual a 1/30000, lo que corresponde solamente a una diferencia de 213 m entre los radios ecuatoriales máximo y mínimo de la Tierra. Con esto, la longitud del radio ecuatorial máximo (del meridiano máximo) es igual a 15° hacia el este.

El problema de la investigación de la forma de la Tierra es uno de los numerosos y diversos problemas científicos que se resuelven con ayuda de los SAT. En la actualidad, mediante los satélites artificiales ya se han determinado más exactamente algunos elementos de la figura de la Tierra.

Sobre la base de numerosas determinaciones, la Unión Internacional Astronómica adoptó en 1964 los siguientes valores de los elementos del elipsoide terrestre:

$a = 6378{,}16$ km,

$b = 6356{,}78$ km (ambos radios polares son iguales),

$\varepsilon = 1 : 298{,}25$,

lo que se aproxima mucho a los resultados de las investigaciones soviéticas.

La figura real de la Tierra se diferencia tanto del esferoide como del elipsoide triaxial, y no puede ser representada por ninguna de las figuras matemáticas conocidas. Por esto, al hablar de la figura de la Tierra, no se tiene en cuenta la forma física de la superficie terrestre, con sus océanos

y continentes, con sus elevaciones y depresiones, sino que se trata de la denominada *superficie del geoide*.

La superficie cuyas normales en cualquier punto de ella son líneas verticales se denomina *superficie de nivel*, o *superficie de equilibrio*. Se pueden trazar una multitud innumerable de superficie de nivel, tanto en el interior de la Tierra como abarcadoras de la superficie terrestre o que se cortan con la superficie de esta.

Aquella superficie de equilibrio que en alta mar coincide con la superficie del agua libre en reposo, se denomina *geoide*.

La superficie del geoide se diferencia poco de la superficie del elipsoide terrestre, como regla, elevándose sobre ésta en el interior de los continentes y descendiendo en los océanos (fig. 40). La diferencia de los niveles del geoide y del elipsoide más parecido a éste por sus dimensiones y forma, excepto en pocos lugares de la Tierra, es menor de 100 m.

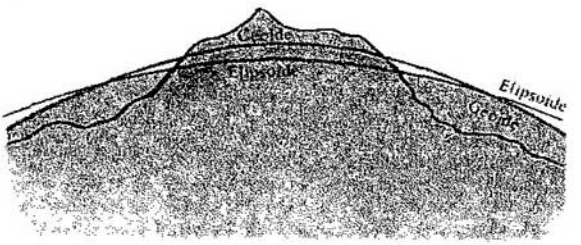


Fig. 40. Superficie del geoide y del elipsoide.

El estudio de la verdadera figura de la Tierra es uno de los problemas fundamentales de la geodesia y de la gravimetría y consiste en la determinación de los elementos del elipsoide, más parecido al geoide, y de la posición de las distintas partes de la superficie del geoide respecto al elipsoide.

§ 63. *Determinación de las distancias hasta los cuerpos celestes*

La determinación de las distancias hasta los cuerpos del Sistema Solar se basa en la medición de sus paralajes horizontales, examinadas en el § 31. Conociendo la paralaje horizontal p_0 del astro es fácil determinar su distancia del centro de la Tierra (vease la fig. 20). Efectivamente, si $TO = R_0$ es el radio ecuatorial de la Tierra, $TM = \Delta$ es la distancia desde el centro de la Tierra hasta el astro M, y el ángulo p es la paralaje horizontal ecuatorial p_0 del astro, entonces, del triángulo rectángulo TOM, tenemos

$$\Delta = \frac{R_0}{\operatorname{sen} p_0} \tag{3.1}$$

Para todos los astros, excepto la Luna, las paralajes son muy pequeñas. Por eso, la fórmula (3.1) se puede escribir de otro modo, suponiendo que

$$\operatorname{sen} p_0 = p_0'' \operatorname{sen} 1'' = \frac{p_0''}{206\,265''},$$

precisamente

$$\Delta = \frac{206\,265'' R_0}{p_0''}. \tag{3.2}$$

La distancia Δ se obtiene en las mismas unidades en que se expresa el radio R_0 de la Tierra. Con la fórmula (3.2) se determinan las distancias hasta los cuerpos del Sistema Solar. El desarrollo rápido de la radiotécnica le permitió a los astrónomos determinar las distancias hasta los cuerpos del Sistema Solar con los métodos del radar. En 1946 se efectuó la radiolocalización de la Luna, y en 1957–1963 la del Sol, Mercurio, Venus, Marte y Júpiter. Por la velocidad de propagación de las ondas radioeléctricas $c = 3 \cdot 10^5$ km/s y por

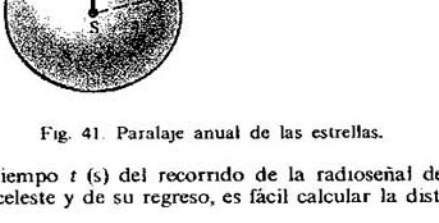


Fig. 41. Paralaje anual de las estrellas.

el intervalo de tiempo t (s) del recorrido de la radioseñal desde la Tierra hasta el cuerpo celeste y de su regreso, es fácil calcular la distancia hasta el cuerpo celeste

$$\Delta = \frac{ct}{2}$$

La distancia hasta las estrellas se determina por el desplazamiento anual paraláctico de las mismas, condicionado por el traslado del observador (conjuntamente con la Tierra) por la órbita terrestre (fig. 41).

El ángulo bajo el cual, desde la estrella se vería el radio medio de la órbita terrestre, con la condición de que la dirección a la estrella sea perpendicular al radio, se denomina *paralaje anual* π *de la estrella.* Si $ST = a$ es el radio medio de la órbita terrestre, $MC = \Delta$ es la distancia entre la estrella M y el Sol C, y el ángulo π es la paralaje anual de la estrella, entonces, del triángulo rectángulo CTM, tenemos

$$\Delta = \frac{a}{\operatorname{sen} \pi} \tag{3.3}$$

Las paralajes anuales de las estrellas son menores de 1", y por esto

$$\Delta = \frac{206\,265'' a}{\pi''} \tag{3.4}$$

Con estas fórmulas la distancia Δ se obtiene en las mismas unidades en que está expresada la distancia media a de la Tierra al Sol.

§ 64. *Unidades de las distancias en la astronomía*

Si las distancias hasta los cuerpos celestes son muy grandes es incómodo expresarlas en kilómetros, pues se obtienen números muy grandes compuestos de muchas cifras.

Por esto en la astronomía, además de los kilómetros, se han aceptado las siguientes unidades de distancias:

unidad astronómica (u.a), que es la distancia media entre la Tierra y el Sol;

parsec (pc), que es la distancia que corresponde a la paralaje anual de 1";

año luz, que es la distancia que recorre la luz en un año, al propagarse a una velocidad de unos 300 000 km/s. Si se admite que la unidad astronómica es igual a 149 600 000 km (véase el § 66) entonces $1\ pc = +0{,}86 \cdot 10^{12}$ km $= 206\,265$ u.a. $= 3{,}26$ años luz; 1 año luz $= 9{,}460 \cdot 10^{12}$ km $= 63\,240$ u.a. $= 0{,}3067$ pc.

Las distancias hasta los cuerpos del Sistema Solar, generalmente, se expresan en unidades astronómicas. Por ejemplo, Mercurio se encuentra a una distancia del Sol igual a 0,387 u.a., mientras que Plutón se encuentra a una distancia de este último igual a 39,4 u.a.

Las distancias hasta los cuerpos celestes que se encuentran fuera de los límites del Sistema Solar, generalmente se expresan en parsecs, kiloparsecs (1000 pc) y megaparsecs (1 000 000 pc), así como también en años luz. En estos casos

$$\Delta = \frac{1}{\pi''} \text{ pc} \quad \text{y} \quad \Delta = \frac{3{,}26}{\pi''} \text{ años luz.}$$

La estrella más cercana al Sol, la "Próxima del Centauro", tiene una paralaje anual $\pi = 0'',762$. Por consiguiente, se encuentra a una distancia de nosotros igual a 1,31 pc o 4,26 años luz.

§ 65. *Determinación de las paralajes diurna y anual por las observaciones*

Supongamos que desde dos puntos O_1 y O_2 (fig. 42) de la superficie de la Tierra, que yacen en un meridiano geográfico, se han medido las distancias cenitales z_1 y z_2 de un mismo astro M en el momento de su paso por el meridiano celeste. Sea luego que ambos puntos de observación se encuentran en el hemisferio boreal y que el astro se observó en cada uno de estos puntos hacia el sur del cenit

Por consiguiente,

$$z_1 = \varphi_1 - \delta_1 \quad \text{y} \quad z_2 = \varphi_2 - \delta_2,$$

donde φ_1 y φ_2 son las latitudes geográficas de los puntos, y δ_1 y δ_2 son las declinaciones topocéntricas del astro, que se diferencian de su declinación geocéntrica δ en las magnitudes (véase § 31)

$$p_1 = p \operatorname{sen} z_1 \quad \text{y} \quad p_2 = p \operatorname{sen} z_2.$$

En el cuadrilátero O_1TO_2M (fig. 42) el ángulo O_1MO_2 es igual a $(p_1 - p_2)$, el ángulo MO_2T es obtuso (mayor de 180°) e igual a $(180° + z_2)$, el

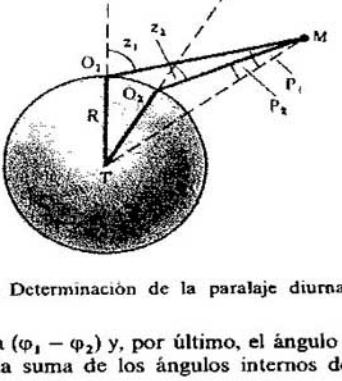


Fig. 42. Determinación de la paralaje diurna.

ángulo O_1TO_2 es igual a $(\varphi_1 - \varphi_2)$ y, por último, el ángulo TO_1M es igual a $(180° - z_1)$. Puesto que la suma de los ángulos internos del cuadrilátero es igual a cuatro ángulos rectos

$$360° = p_1 - p_2 + 180° + z_2 + \varphi_1 - \varphi_2 + 180° - z_1$$

o

$$p_1 - p_2 = (\varphi_2 - z_2) - (\varphi_1 - z_1).$$

Teniendo en cuenta las relaciones escritas arriba, nos queda

$$p(\operatorname{sen} z_1 - \operatorname{sen} z_2) = [\operatorname{sen}(\varphi_1 - \delta_1) - \operatorname{sen}(\varphi_2 - \delta_2)] \cdot p =$$

$$= \delta_2 - \delta_1,$$

de donde la paralaje horizontal del astro

$$p = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\operatorname{sen}(\varphi_1 - \delta_1) - \operatorname{sen}(\varphi_2 - \delta_2)}.$$

Por los valores del radio R de la Tierra en el lugar de la observación y del radio ecuatorial R_0 de la Tierra se calcula la paralaje horizontal ecuatorial

$$p_0 = p \cdot \frac{R_0}{R}.$$

La paralaje horizontal del astro se puede determinar midiendo su ascensión recta desde un mismo lugar de la Tierra, pero en distintos momentos de tiempo. Durante el intervalo de tiempo entre estos momentos la rotación de la Tierra traslada al observador desde un punto del espacio hasta otro, lo que da un correspondiente desplazamiento paraláctico del astro. De tal modo, la paralaje horizontal del astro se determina por sus coordenadas topocéntricas, obtenidas de las respectivas observaciones, efectuadas racionalmente.

La paralaje anual de las estrellas se obtiene de manera análoga, aunque en este caso las coordenadas geocéntricas de la estrella se determinan por las observaciones realizadas en dos puntos distintos de la órbita de la Tierra, habiendo transcurrido, aproximadamente, medio año entre una y otra observación (véase el § 92). Las paralajes determinadas por el desplazamiento paraláctico del astro se denominan *trigonométricas*.

Los mejores instrumentos goniométricos modernos permiten establecer con seguridad el desplazamiento anual paraláctico de las estrellas hasta una distancia no mayor de 100 pc ($\pi = 0''{,}01$). Por esto solamente se conocen las paralajes trigonométricas anuales para un número relativamente pequeño de estrellas (cerca de 6000), que son las más cercanas al Sol. Las distancias hasta objetos más lejanos se calculan con distintos métodos indirectos.

§ 66. *Determinación de la unidad astronómica (paralaje del Sol)*

Si se conocen el radio R de la Tierra y la paralaje horizontal $p_\odot$ del Sol, entonces, por la fórmula (3.2), es fácil calcular la distancia media de la Tierra al Sol, es decir, el valor de la unidad astronómica en kilómetros. La exactitud de la determinación de la unidad astronómica depende casi totalmente de la precisión de la paralaje horizontal $p_\odot$ del Sol. Sin embargo, la determinación directa de la paralaje horizontal del Sol con el procedimiento descrito en el párrafo anterior de unos resultados muy poco aproximados, debido al alejamiento del Sol y a los errores grandes de las observaciones, que surgen durante el calentamiento del instrumento por los rayos solares. Por esto, el valor exacto de la paralaje horizontal del Sol se determina de manera indirecta por la paralaje horizontal medida de un planeta que se acerca a la Tierra a una distancia menor que la distancia de la Tierra al Sol y cuya observación se realiza con comodidad.

Con este fin, hasta el siglo XX, se utilizan las observaciones de Marte durante sus *grandes oposiciones*, cuando éste se encuentra a una distancia de la Tierra de 55 millones de kilómetros. (Se denomina grande a la oposición del planeta si este último, al mismo tiempo, se encuentra cerca del perihelio

de su órbita. La última oposición grande de Marte se observó en 1971, y la siguiente tendrá lugar en 1988).

Supongamos, para simplificar el problema, que en el momento de la gran oposición de Marte (fig. 43) el Sol C, la Tierra T y Marte M se encuentran en una línea recta, hallándose la Tierra a la distancia media $a_0 = 1$ u.a. del Sol, mientras Marte se encuentra en el perihelio, a una distancia $q = a(1 - e)$, donde a es el semieje mayor y e es la excentricidad de la órbita de Marte. Designemos por $p_\odot$ la paralaje horizontal ecuatorial del sol, por p la de Marte, por Δ su distancia geocéntrica (es decir, su distancia hasta la Tierra), y por R_0 el radio ecuatorial de la Tierra. Entonces

$$R_0 = a_0 \operatorname{sen} p_\odot$$

y

$$R_0 = \Delta \operatorname{sen} p = (q - a_0) \operatorname{sen} p = [a(1 - e) - a_0] : \operatorname{sen} p.$$

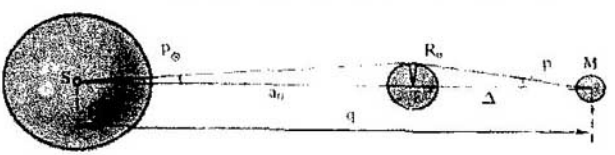


Fig. 43. Determinación de la paralaje del Sol.

Igualando los segundos miembros y sustituyendo los senos de los ángulos pequeños por los propios ángulos, obtendremos

$$a_0 p_\odot = [a(1 - e) - a_0] p,$$

de donde

$$p_\odot = \left[\frac{a}{a_0} (1 - e) - 1 \right] \cdot p.$$

La relación a/a_0 se calcula con gran precisión por la teoría del movimiento de los planetas según la tercera ley de Kepler, mientras que la paralaje p y la excentricidad e de Marte se determinan por las observaciones.

En 1898 se descubrió el pequeño planeta Eros (o Erot) que en los momentos de sus grandes oposiciones, que se repiten cada 37 años, a veces se aproxima a la Tierra unas 2,5 veces más cerca que Marte. Las observaciones de Eros se han utilizado reiteradamente para precisar la unidad astronómica.

La determinación de la paralaje solar no sólo se efectúa con métodos geométricos, basados en la medición directa del desplazamiento paraláctico, sino que también se utilizan ampliamente métodos dinámicos, basados en la ley de la gravitación universal, y métodos físicos, basados en la velocidad de propagación de las ondas radioeléctricas

Las determinaciones más exactas de la unidad astronómica se efectuaron en 1961–1963 en la URSS y en los EE.UU. mediante las observaciones radiolocalizadoras de Mercurio y Venus. Como resultado de estas mediciones se obtuvo un valor de la u.a. igual a 149 598 500 km, con un error de $\pm$ 500 km.

En 1976 el XVI congreso de la Unión Internacional Astronómica (UIA) tomó la decisión de utilizar los nuevos valores de la paralaje del Sol y de la u.a.:

$$p_{\odot} = 8'',\ 794\,148 \quad \text{y} \quad 1 \text{ u.a.} = 149\,597\,870 \text{ km}.$$

§ 67. *Determinación de las dimensiones y forma de los astros*

El ángulo bajo el cual se ve el disco del astro desde la Tierra se denomina diámetro *angular* de éste. Los diámetros angulares de algunos cuerpos celestes (el Sol, la Luna, los planetas) se pueden determinar directamente a partir de las observaciones.

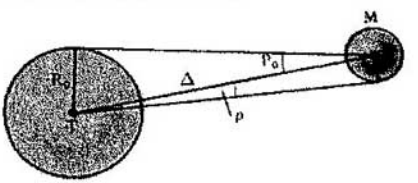


Fig. 44. Determinación de las dimensiones lineales de los astros

Si se conoce el diámetro angular (o el radio) del astro y su distancia a la Tierra, entonces se puede calcular fácilmente su diámetro verdadero (o radio) en medidas lineales. En efecto, si (fig. 44) ρ es el radio angular del astro M, Δ es la distancia entre los centros del astro y de la Tierra, p_0 es la paralaje horizontal ecuatorial del astro, y R_0 y r son, respectivamente, los radios lineales de la Tierra T y del astro M, entonces $r = \Delta \operatorname{sen} \rho$, y $R_0 = \Delta \operatorname{sen} p_0$, de donde

$$r = \frac{\operatorname{sen} \rho}{\operatorname{sen} p_0} R_0,$$

o, debido a la insignificancia de los ángulos ρ y p_0,

$$r = \frac{\rho}{p_0} R_0.$$

La forma de los cuerpos celestes se puede determinar midiendo los diferentes diámetros de sus discos. Si el cuerpo está achatado, uno de sus diámetros resulta ser mayor y otro menor que los restantes. La medición de

los diámetros de los planetas demostraron que, además de la Tierra, tienen forma achatada Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno.

Las dimensiones lineales y la forma de los cuerpos celestes, cuyas dimensiones angulares no se pueden medir directamente (por ejemplo, los planetas pequeños y las estrellas), se determinan con métodos especiales.

§ 68. *Estructura del Sistema Solar*

El Sol y el conjunto de cuerpos cósmicos, que se giran a su alrededor, forman el *Sistema Solar* o *planetario*.

Forman el Sistema Solar: el Sol, que es el centro dinámico de todo el sistema, 9 planetas grandes, más de 40 satélites de estos planetas, varios miles de pequeños planetas o asteroides, muchos cometas (se observaron apariciones de más de 500) y una multitud de cuerpos meteóricos.

Las minuciosas investigaciones científicas dieron una información amplia respecto al movimiento de estos cuerpos en el espacio, lo que permite componer un plan suficientemente preciso de la estructura del Sistema Solar. En los anexos de este libro se dan las tablas con las características numéricas de los planetas grandes y de sus satélites: de los componentes fundamentales y más masivos (después del Sol) del Sistema Solar. Aquí nos limitamos solamente a la descripción general de su estructura.

Todos los planetas grandes se mueven alrededor del Sol en una misma dirección, opuesta al movimiento de las agujas del reloj si se mira desde el lado del polo norte de la ecliptica (movimiento directo). Sus órbitas no perturbadas son elipses con excentricidades no grandes e inclinaciones pequeñas respecto a la ecliptica. La rotación de casi todos los planetas grandes, así como del Sol y de la Luna alrededor de los ejes, tiene lugar en la misma dirección en que los planetas se mueven alrededor del Sol (rotación directa). Son excepciones Urano y Venus (véanse los §§ 136, 140) que tienen rotación inversa. Las distancias de los planetas al Sol forman una sucesión regular: los intervalos entre las órbitas aumentan al alejarse del Sol (véase en el § 142, la regla de Ticio–Bode). La distancia media entre el Sol y el planeta más lejano Plutón es de 39,4 u. a. Si se admite esta distancia como el radio del Sistema Solar resulta ser que ella es, aproximadamente, 7000 veces menor que la distancia hasta la estrella más cercana, Próxima Centauro.

Los satélites giran alrededor de los planetas de manera análoga a la que éstos giran alrededor del Sol. La mayoría de los satélites se mueven en dirección directa, excluyendo 11 satélites cuyo movimiento es opuesto, resultando que 5 de ellos (los satélites de Urano) tienen, por consiguiente, la misma dirección de movimiento que la de rotación del planeta.

Los pequeños planetas, o asteroides, se mueven alrededor del Sol igual que los planetas grandes, en dirección directa. Sus órbitas tienen , por término medio, excentricidades e inclinaciones mayores que las órbitas de los planetas grandes. La mayoría de las órbitas de los asteroides se encuentran entre las órbitas de Marte y Júpiter, pero, no obstante, algunas de ellas pueden entrar en el interior de la órbita de Mercurio (Icaro) y alejarse hasta la

órbita de Saturno (Hidalgo). En algunos asteroides se ha descubierto la rotación alrededor de los ejes, además, en una serie de casos, esta rotación resulta ser de dirección inversa.

El movimiento de los cometas se distingue por su gran diversidad. Las órbitas no perturbadas de la mayoría de los cometas son elipses muy estiradas con excentricidades próximas a 1. En raros casos, como resultado de las perturbaciones causadas por el planeta, los cometas cerca del Sol se mueven por hipérbolas ($e > 1$), pero las mismas perturbaciones pueden hacer volver a los cometas a las órbitas elípticas. La distancia en el afelio alcanza en ciertos cometas 50 000–100 000 u. a., y el período de revolución es de varios millones de años. Las órbitas de algunos cometas de corta periodicidad son casi circulares. Las inclinaciones de las órbitas de los cometas son también muy diversas y, frecuentemente, exceden de 90°, es decir, los cometas circulan alrededor del Sol tanto en dirección directa como en dirección contraria (inversa).

El movimiento de ciertos cuerpos meteóricos es muy complicado, pero muchos de ellos forman flujos meteóricos, que circulan por órbitas semejantes a las de los cometas.

Las características de los cuerpos del Sistema Solar se estudiarán más detalladamente en el capítulo X.

4

MOVIMIENTOS DE LA TIERRA

§ 69. *Movimiento de la Tierra alrededor del Sol*

Puesto que el observador, conjuntamente con la Tierra, se mueve en el espacio alrededor del Sol casi por una circunferencia, la dirección desde la Tierra a una estrella próxima debe variar, y la estrella próxima debe parecer como si describiera en el cielo en el transcurso del año cierta elipse. Esta elipse, que se denomina *paralláctica*, estará tanto más comprimida cuanto más cerca esté la estrella de la ecliptica, cuanto menores sean sus dimensiones y cuanto más lejos se encuentre la estrella de la Tierra. Para la estrella que se encuentre en el polo de la ecliptica la elipse se convertirá en un circulo pequeño, mientras que en la estrella que yazca en la ecliptica se convertirá en un segmento de arco de un círculo grande, que al observador terrestre le parece ser un segmento de una recta (fig. 45). Los semiejes grandes de las elipses paralácticas son iguales a las paralajes anuales de las estrellas.

Por consiguiente, la existencia de paralajes anuales de las estrellas es una demostración del movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

Las primeras determinaciones de las paralajes anuales de las estrellas fueron efectuadas en 1835–1840 por Struve, Bessel y Henderson[1]. Aunque estas determinaciones no fueron muy exactas, sin embargo, no sólo dieron una demostración objetiva del movimiento de la Tierra alrededor del Sol, sino que también dieron una idea clara respecto a las enormes distancias a las que se encuentran los cuerpos celestes en el Universo.

La segunda demostración del movimiento de la Tierra alrededor del Sol es el desplazamiento aberracional anual de las estrellas, descubierto ya en 1728 por el astrónomo inglés Bradley durante la tentativa de determinar la paralaje anual de la estrella γ de Dragón.

Se denomina *aberración*, en general, al fenómeno que consiste en que el observador que se desplaza ve el astro en dirección diferente a la que lo veria en ese mismo momento si se encontrase en reposo. También se

[1] V Struve (Rusia) en 1835–1838, F Bessel (Alemania) en 1837 1840, T. Henderson (Inglaterra) en 1839–1840

denomina aberracion al propio ángulo entre las direcciones observada (aparente) y real al astro. La diferencia de estas direcciones es el resultado de la combinación de la velocidad de la luz y de la velocidad del observador.

Supongamos que en el punto K (fig. 46) se encuentra el observador y la cruz de los hilos del ocular del instrumento, y en el punto O el objetivo de éste. El observador se mueve en la dirección KA a una velocidad v. El rayo de luz de la estrella M encuentra el objetivo del instrumento en el punto O y, propagándose a la velocidad c, durante el tiempo τ, recorrerá la distancia

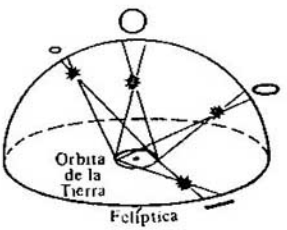


Fig. 45. Elipses paralácticas.

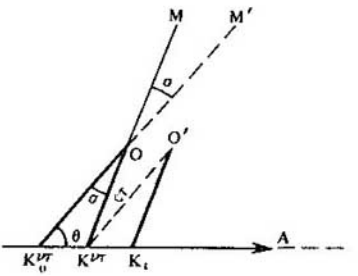


Fig. 46. Influjo de la aberración de la luz sobre la posición aparente de los astros.

$OK = c\tau$ y caerá en el punto K. Pero la imagen de la estrella no caerá sobre la cruz de los hilos, pues en el transcurso de este tiempo τ el observador y la cruz de los hilos se desplazarán en la magnitud $KK_1 = v\tau$ y resultarán estar en el punto K_1. Para que la imagen de la estrella dé en la cruz de los hilos del ocular es menester colocar el instrumento por la dirección K_0O, y no por la dirección verdadera a la estrella, y además, de tal manera que la cruz de los hilos se encuentre en el punto K_0 del segmento $K_0K = K_1K = v\tau$. Por consiguiente, la dirección aparente K_0M' a la estrella debe formar con la dirección verdadera KM el ángulo σ, que es el que precisamente se denomina *desplazamiento aberracional* del astro.

Del triángulo KOK_0 se deduce que

$$\operatorname{sen}\sigma = \frac{v}{c}\operatorname{sen}\theta,$$

o, teniendo en cuenta la insignificancia del angulo σ,

$$\sigma = 206\,265'' \frac{v}{c}\operatorname{sen}\theta, \qquad (4.1)$$

donde θ es la distancia angular de la dirección aparente a la estrella desde el punto del cielo hacia el que está dirigida la velocidad del observador. Este punto se denomina *ápex del movimiento* del observador.

El observador, que se encuentra en la superficie de la Tierra, participa en los dos movimientos fundamentales de ésta: en la rotación diurna alrededor de su eje y en la traslación anual de la Tierra alrededor del Sol. Por esto se distinguen las aberraciones *diurna* y *anual*. La aberración diurna es el resultado de la combinación de la velocidad de la luz con la velocidad de la rotación diurna del observador, y la aberración anual es la combinación de la velocidad de la luz con la velocidad del movimiento anual del observador.

Puesto que la velocidad del movimiento anual del obsevador es la velocidad del movimiento de la Tierra por su órbita, es decir, $v = 29{,}78$ km/s, entonces, tomando $c = 299\,792$ km/s y de acuerdo con la fórmula (4.1), tendremos

$$\sigma = 20'',\ 496\ \operatorname{sen}\theta \approx 20'',\ 50\ \operatorname{sen}\theta$$

El número $k_0 = 20'',496 \approx 20'',50$ se denomina *constante de aberración*.

El ápex del movimiento anual del observador se encuentra en el plano de la eclíptica y se desplaza durante un año en 360° y, por consiguiente, la posición aparente de la estrella, que se encuentra en el polo de la eclíptica ($\theta = \beta = 90°$), describe en el transcurso de un año cerca de su posición verdadera un círculo pequeño con radio de 20″,50. Las posiciones aparentes de las estrellas restantes describen elipses aberracionales con semiejes 20″,50 y 20″,50 sen β, donde sen β es la latitud eclíptica de la estrella. Para las estrellas que se encuentran en el plano de la eclíptica ($\beta = 0$) la elipse se convierte en un segmento de arco con longitud de $20'',50 \cdot 2 = 41'',00$, más exactamente, 40″,99.

De este modo, el hecho de la existencia del desplazamiento anual aberracional en las estrellas es una demostración del movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

La diferencia entre los desplazamientos paraláctico y aberracional de las estrellas consiste en que el primero depende de la distancia hasta la estrella, mientras que el segundo depende solamente de la velocidad del movimiento de la Tierra por la órbita. Los semiejes mayores de las elipses paralácticas son distintos para las estrellas que se encuentran a diferentes distancias del Sol y no exceden de 0″,76, mientras que los semiejes mayores de las elipses aberracionales para todas las estrellas, independientemente de su distancia, son iguales a 20″,50.

Además, el desplazamiento paraláctico de la estrella tiene lugar hacia el lado de la posición aparente del Sol, mientras que el desplazamiento aberracional no está dirigido hacia el Sol, sino hacia el punto que yace en la eclíptica, a 90° al occidente del Sol

§ 70. *Sucesiones de las estaciones del año en la Tierra*

Las observaciones demuestran que los polos celestes en el transcurso del año, no cambian de manera perceptible su posición entre las estrellas. De aquí se deduce que el eje de rotación de la Tierra, durante su traslación alrededor del Sol, permanece paralelo a sí mismo. Además, la variación de la declinación del Sol en el transcurso del año en los límites desde $+23°26'$ (en el momento del solsticio vernal hasta $-23°26'$ (en el momento del solsticio hiemal) testimonia el hecho de que el eje de rotación de la Tierra no es perpendicular al plano de la órbita de ésta, sino que se encuentra inclinado respecto a él en un ángulo de $66°34' = 90° - 23°26'$.

La sucesión regular de las estaciones del año en la Tierra es el resultado de su movimiento alrededor del Sol, de la inclinación del eje de rotación de ésta respecto al plano de la órbita y de la constancia de dicha inclinación.

En la fig. 47 se muestra la disposición de la Tierra y de su eje de rotación respecto a la dirección de los rayos solares en los días de los equinoccios y de los solsticios. El ángulo entre la dirección de los rayos solares y la normal a una superficie plana, situada horizontalmente en la superficie de la Tierra, en la posición *I* es igual a $i_1 = \varphi - \varepsilon$, en la posición

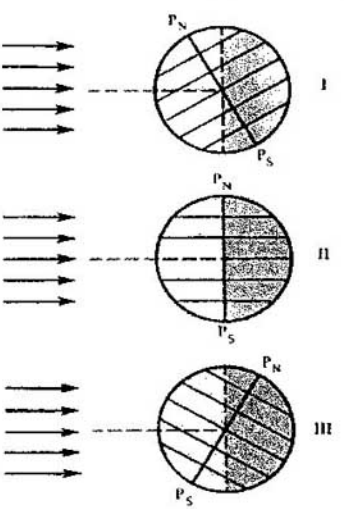


Fig. 47. Posición de la Tierra respecto a los rayos solares en las distintas estaciones del año.

III es $i_3 = \varphi + \varepsilon$, y en la posición *II* es $i_2 = \varphi$, donde ε es la inclinación de la eclíptica respecto al ecuador y φ es la latitud geográfica del lugar.

De acuerdo a las leyes de la física la magnitud del flujo Φ de energía radiante, que incide sobre la superficie, es proporcional al coseno del ángulo entre la dirección de los rayos y la normal a la superficie, es decir,

$$\Phi = \Phi_0 \cos i,$$

donde Φ_0 es la magnitud del flujo que incide perpendicularmente sobre la superficie ($i = 90°$).

En el día del solsticio vernal (posición *I*)

$$\Phi_1 = \Phi_0 \cos(\varphi - \varepsilon).$$

En el día del solsticio hiemal (posición *III*)

$$\Phi_3 = \Phi_0 \cos(\varphi + \varepsilon).$$

Y, por último, en los días de los equinoccios (posición *II*)

$$\Phi_2 = \Phi_0 \cos \varphi.$$

De este modo, en el transcurso del año, la superficie terrestre, según la latitud del lugar, recibe diferente cantidad de energía radiante (calor). Así, por ejemplo, en la latitud $\varphi = 55°45'$, Φ_1 es mayor que Φ_3 en 4,6 veces, mientras que Φ_2 es menor que Φ_1 en 1,5 veces.

Por consiguiente, el hemisferio boreal de la Tierra recibe durante la primavera y el verano (desde el 21 de marzo hasta el 23 de septiembre) mucho más calor que durante el otoño e invierno (desde el 23 de septiembre hasta el 21 de marzo). El hemisferio austral, por el contrario, recibe más calor desde el 23 de septiembre hasta el 21 de marzo y menos, desde el 21 de marzo hasta el 23 de septiembre.

El flujo de energía radiante, que incide sobre la Tierra, varía también y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia hasta el Sol, pero esta variación no juega un papel esencial en la sucesión de las estaciones del año en la Tierra, ya que la órbita de ésta se diferencia poco de la circunferencia. Efectivamente, si en el afelio la Tierra obtiene Φ calor solar, en el perihelio, sin embargo, ésta recibe $1{,}07\Phi$, es decir, 7% más. Con esto se explica la diferencia del invierno menos crudo y del verano más fresco en el hemisferio boreal, en comparación con el invierno y verano en el hemisferio austral de la Tierra.

La distribución de las zonas térmicas en la Tierra (véanse los §§ 16 y 17) también está vinculada a la inclinación del eje de rotación de la Tierra respecto al plano de su órbita.

§ 71. *Rotación de la Tierra alrededor de su eje*

La rotación de la Tierra alrededor de su eje se manifiesta en muchos fenómenos en la superficie de ésta. Por ejemplo, los alisios (vientos constantes en las regiones tórridas de ambos hemisferios, que soplan hacia el

ecuador), como resultado de la rotación de la Tierra de este a oeste, soplan desde el nordeste en el hemisferio boreal y desde el sureste en el hemisferio austral; en el hemisferio boreal se derrubian las orillas derechas de los ríos, mientras que en el hemisferio austral se derrubian las orillas izquierdas; durante el movimiento del ciclón del sur al norte su trayectoria se desvía hacia el este, etc.

Pero el efecto más evidente de la rotación de la Tierra es el experimento con el péndulo físico, realizado por primera vez en 1851 por el físico Foucault.

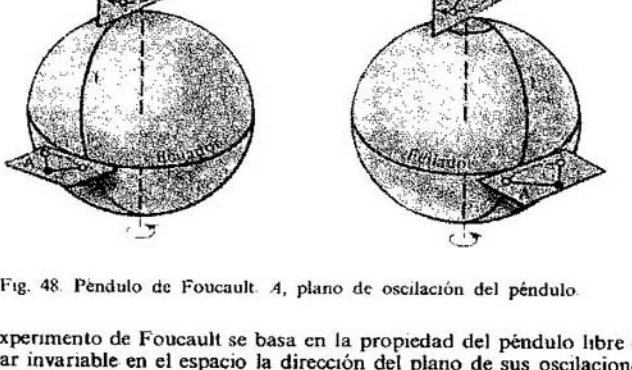


Fig. 48. Péndulo de Foucault. *A*, plano de oscilación del péndulo.

El experimento de Foucault se basa en la propiedad del péndulo libre de conservar invariable en el espacio la dirección del plano de sus oscilaciones, si sobre dicho péndulo no actúa fuerza alguna que no sea la de la gravedad. Supongamos que el péndulo de Foucault está colgado en el polo norte de la Tierra y que oscila en un momento dado en el plano de un meridiano determinado *I* (fig. 48, *a*). Transcurrido cierto tiempo al observador, que está ligado a la superficie terrestre y no advierte su rotación, le parecerá que el plano de las oscilaciones del péndulo se desplaza continuamente en la dirección del este al oeste, "tras el Sol", es decir, en la dirección del movimiento de las agujas del reloj (fig. 48, *b*). Pero, puesto que el plano de oscilación del péndulo no puede variar su dirección arbitrariamente, se tiene que reconocer que, en realidad, es la Tierra la que gira debajo de éste de este a oeste. En el transcurso de un día sidéreo el plano de oscilación del péndulo efectuará una revolución completa respecto a la superficie de la Tierra, a una velocidad angular $\omega = 15°$ por hora sidérea. En el polo sur de la Tierra el péndulo efectuará también en 24 horas sidéreas una revolución, pero en dirección contraria a la de las agujas del reloj.

Si se cuelga el péndulo en el ecuador terrestre y se orienta su plano de

oscilación en el plano del ecuador, es decir, en ángulo recto respecto al meridiano *I* (fig. 48), el observador no advertirá el desplazamiento del plano de las oscilaciones del péndulo respecto a los objetos terrestres, es decir, este plano parecerá estar inmóvil y permanecerá siendo perpendicular respecto al meridiano. El resultado no variará si el péndulo en el ecuador oscila en cualquier otro plano. Por lo común se dice que en el ecuador el período de rotación del plano de oscilaciones del péndulo de Foucault es infinitamente grande.

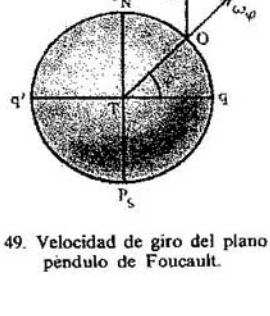


Fig. 49. Velocidad de giro del plano del péndulo de Foucault.

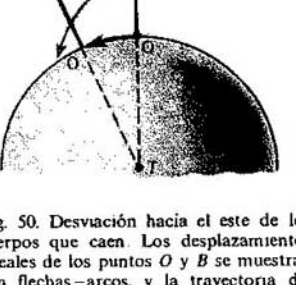


Fig. 50. Desviación hacia el este de los cuerpos que caen. Los desplazamientos lineales de los puntos *O* y *B* se muestran con flechas-arcos, y la trayectoria del cuerpo con un segmento de elipse.

Si el péndulo de Foucault se cuelga en la latitud φ sus oscilaciones tendrán lugar en el plano perpendicular al lugar dado de la Tierra.

Como resultado de la rotación de la Tierra al observador le parecerá que el plano de las oscilaciones del péndulo gira alrededor de la vertical del lugar dado. La velocidad angular de este giro ω_φ es igual a la proyección del vector de la velocidad angular ω de rotación de la Tierra sobre la vertical en el lugar dado *O* (fig. 49), es decir,

$$\omega_\varphi = \omega \operatorname{sen} \varphi = 15^\circ \operatorname{sen} \varphi.$$

De este modo, el ángulo del giro aparente del plano de oscilaciones del péndulo respecto a la superficie de la Tierra es proporcional al seno de la latitud geográfica. En Leningrado el plano de las oscilaciones del péndulo gira aproximadamente en 13° por hora, y en Moscú en 12°,5.

Foucault realizó su experimento colgando el péndulo en la cúpula del Panteón de París. La longitud del péndulo era de 67 m y la masa de la lenteja de éste era de 28 kg. En 1931, en Leningrado, en el edificio de la catedral de Isaac, se colgó un péndulo de 93 m de longitud y 54 kg de masa. La amplitud de las oscilaciones de este péndulo es de 5 m, y su período es de

unos 20 segundos. La punta de la lenteja del péndulo, en cada retorno ulterior a una de sus posiciones extremas, se desplaza hacia un lado en 6 mm. Así, en el transcurso de 1–2 minutos, uno puede cerciorarse de que la Tierra, efectivamente, gira alrededor de su eje.

El segundo efecto de la rotación de la Tierra (pero menos evidente) es la desviación hacia el oriente de los cuerpos cayentes. Este experimento se basa en el hecho de que cuanto más lejos del eje de rotación de la Tierra se encuentra el punto tanto mayor es la velocidad lineal con la que dicho punto se desplaza de oeste a este como resultado de la rotación de la Tierra. Por ello, la cúspide B de una torre alta se desplaza hacia el este a una velocidad lineal mayor que su base O (fig. 50). El movimiento del cuerpo que cae libremente desde la cúspide de la torre tendrá lugar, bajo la acción de la fuerza de atracción de la Tierra, y su velocidad inicial será la de la cúspide de la torre. Por consiguiente, antes de caer a la Tierra, el cuerpo se moverá por una elipse y, aunque la velocidad de su movimiento aumenta gradualmente, no caerá en la superficie de la Tierra al pie de la torre, sino que se adelantará un poco, es decir, se desviará de la base hacia el lado de la rotación de la Tierra, hacia el este.

En la mecánica teórica, para el cálculo de la magnitud x de la desviación del cuerpo hacia el este, se obtuvo la fórmula

$$x = 0{,}022h\sqrt{h}\cos\varphi,$$

donde h es la altura de caída del cuerpo en metros, φ es la latitud geográfica del lugar del experimento, y x se expresa en milímetros.

§ 72. *Movimientos de precesión y nutación del eje terrestre*

Si la Tierra tuviese la forma de una esfera, homogénea o compuesta de capas esféricas de igual densidad, y fuese un cuerpo absolutamente sólido, entonces, de acuerdo con las leyes de la mecánica, la dirección del eje de rotación de la Tierra y el período de su revolución permanecerían constantes en el transcurso de cualquier intervalo de tiempo.

Sin embargo, la Tierra no tiene una forma esférica exacta, sino se aproxima al esferoide (véase el § 62). La atracción del esferoide por cualquier cuerpo material L (fig. 51) se compone de la atracción F de la esfera, separada en el interior del esferoide (esta fuerza está aplicada al centro del esferoide), de la atracción F_1 de la mitad de la protuberancia ecuatorial más cercana al cuerpo L y de la atracción F_2 de la otra mitad, más lejana, de la protuberancia ecuatorial. La fuerza F_1 es mayor que la fuerza F_2 y, por esto, la atracción del cuerpo L tiende a girar el eje $P_N P_S$ de rotación del esferoide, de tal manera que el plano del ecuador de éste coincida con la dirección TL (en la fig. 51 en sentido contrahorario). De la mecánica se sabe que el eje $P_N P_S$ de rotación en este caso se desplazará en la dirección perpendicular al plano en el que yacen las fuerzas F_1 y F_2.

Sobre las protuberancias ecuatoriales de la Tierra esferoidal actuan las

fuerzas de atracción de la Luna y del Sol. Como resultado, el eje de rotación de la Tierra efectúa en el espacio un movimiento muy complicado.

Ante todo, este eje describe lentamente alrededor del eje de la eclíptica un cono, permaneciendo siempre inclinado respecto al plano del movimiento de la Tierra en un ángulo aproximado de 66°34′ (fig. 52). Este movimiento del eje terrestre se denomina *movimiento de precesión*, y su período es de unos 26 000 años. Como resultado de la precesión del eje terrestre, en un mismo período, los polos celestes describen alrededor de los polos de la eclíptica

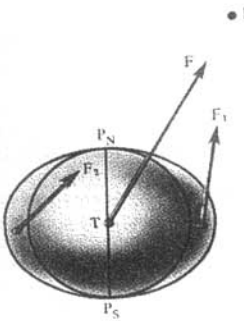


Fig. 51. Atracción del esferoide por un cuerpo externo.

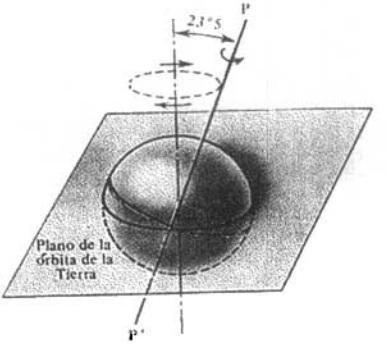


Fig. 52. Movimiento de precesión del eje terrestre.

círculos menores con radio de casi 23°26′. La provocada por la acción del Sol y de la Luna se denomina *precesión lunisolar*.

Además, el eje de rotación de la Tierra efectúa diferentes oscilaciones pequeñas cerca de su posición media, que se denominan *nutación del eje terrestre*. Las oscilaciones de nutación surgen porque las fuerzas de precesión del Sol y de la Luna (fuerzas F_1 y F_2) cambian continuamente su magnitud y dirección; estas fuerzas son iguales a cero cuando el Sol y la Luna se encuentran en el plano del ecuador de la Tierra, y alcanzan el máximo cuando estos astros se hallan más alejados de dicho ecuador.

Lo más importante es que la oscilación de nutación del eje terrestre tiene un período de 18,6 año, igual al período de revolución de los nodos lunares (véase el § 76). Debido a este movimiento del eje terrestre los polos celestes describen en la esfera celeste elipses, cuyos ejes mayores son iguales a 18″,42, y los menores son iguales a 13″,72.

Como resultado de la precesión y de la nutación del eje terrestre los polos celestes, en realidad, describen en el cielo líneas onduladas complicadas.

La atracción de los planetas es demasiado pequeña para provocar cambios en la posición del eje de rotación de la Tierra, pero, sin embargo, influye sobre el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, cambiando en el espacio la posición del plano de la órbita terrestre, es decir, del plano de la eclíptica. Estos cambios de la posición del plano de la eclíptica se denomina *precesión planetaria*, que desplaza el punto del equinoccio de primavera hacia el este en 0″,114 al año.

§ 73. *Consecuencias del movimiento de precesión del eje terrestre*

Como ya se dijo, como resultado del movimiento de precesión del eje terrestre, los polos celestes describen en 26 000 años alrededor de los polos de la eclíptica círculos con radio aproximado de 23°,5. Pero, puesto que los polos de la eclíptica también se desplazan por la esfera celeste (precesión planetaria), las curvas descritas por los polos celestes no se cierran. En la fig. 53 se muestra el movimiento de precesión del polo celeste boreal entre las estrellas.

En la actualidad el polo celeste boreal se encuentra cerca de la estrella α de la Osa Menor, por lo que esta estrella se llama Polar. Pero hace 4000 años era la estrella α de Dragón la más cercana al polo celeste boreal y dentro de 12 000 años será α de Lira (Vega) la "estrella polar".

Conjuntamente con el cambio de la dirección del eje celeste varía también la posición del ecuador celeste, cuyo plano es perpendicular a este eje y paralelo al plano del ecuador terrestre. Como resultado de la precesión planetaria el plano de la eclíptica también cambia un poco su posición en el espacio. Por esto, los puntos de intersección del ecuador celeste con la eclíptica (los puntos de los equinoccios) se desplazan lentamente entre las estrellas hacia el occidente.

La velocidad de este desplazamiento por año es $l = 360°/26\,000 = 50'',26$ y se denomina *precesión total anual en la eclíptica.*

La precesión total anual en el ecuador $m = 50'',26 \cos\varepsilon = 46'',11$, donde ε es la inclinación de la eclíptica respecto al ecuador, en la actualidad disminuye lentamente (en 0″,47 por año), pero al cabo de algunos miles de años dicha disminución será sustituida por un aumento también muy lento, ya que esta perturbación (la precesión planetaria) tiene un carácter periódico.

A comienzos de nuestra era el punto del equinoccio de primavera se encontraba en la constelación de Carnero, y el punto del equinoccio de otoño en la constelación de Balanza. Los puntos de los equinoccios entonces se designaban con los signos de estas constelaciones, respectivamente, con ♈ y ♎. Desde entonces el punto del equinoccio de primavera se desplazó a la constelación Peces, y el punto del equinoccio de otoño, a la constelación Virgen, pero sus designaciones siguen siendo las mismas.

Puesto que el movimiento de los puntos de los equinoccios está dirigido al encuentro del movimiento anual aparente del Sol por la eclíptica, el Sol llega a estos puntos cada vez algo antes que si dichos puntos fueran

inmóviles (la palabra "precesión" precisamente significa "anticipación a los equinoccios"). Por esta causa, el intervalo de tiempo entre los pasos sucesivos del centro del Sol por el punto del equinoccio de primavera, denominado año trópico (véase el § 18), es más corto que el período de revolución de la Tierra alrededor del Sol, denominado año sidéreo (véase el § 38). La diferencia entre ambos años es aproximadamente de 20 minutos: éste es el tiempo que requiere el Sol, que se mueve por la eclíptica hacia el oriente con velocidad aproximada de 1° por día, para recorrer 50″,26.

El punto del equinoccio de primavera es el origen de la cuenta en los sistemas de coordenadas ecuatorial y eclíptico (véanse los §§ 11 y 15). Por esto, como resultado del movimiento de este punto hacia el occidente las longitudes eclípticas de todas las estrellas aumentan anualmente en 50″,26, mientras que las latitudes eclípticas no cambian, pues la precesión lunisolar no varía la posición del plano de la eclíptica. Ambas coordenadas ecuatoriales, la ascensión recta y la declinación de todas las estrellas, cambian continuamente. Como resultado, para un lugar dado de la Tierra, tiene lugar una variación lenta del aspecto del cielo estelar. Algunas estrellas que antes eran invisibles empezarán a salir y ponerse, mientras que otras visibles se convertirán en astros inortivos. Así, por ejemplo, dentro de unos miles de años en Europa se podrá observar la Cruz del Sur, ahora invisible, pero sin embargo no se podrá ver Sirio y una parte de la constelación de Orión.

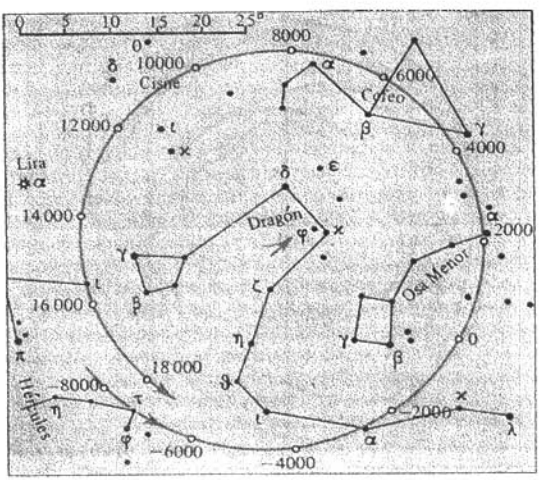


Fig. 53. Movimiento de precesión del polo norte celeste. En el centro, con puntos, se señalan las posiciones de los polos de la eclíptica.

§ 74. *Movimiento de los polos de la Tierra por la superficie de ésta*

Mediante las mediciones de las latitudes geográficas en varios puntos de la Tierra en el transcurso de muchos años se advirtió que las latitudes de estos puntos no permanecen constantes, sino que varían periódicamente, desviándose de su valor medio hasta 0",3, y, además, cuando en un punto la latitud aumenta un poco, en otro punto, que yace en el meridiano geográfico opuesto, la latitud disminuye aproximadamente en una misma magnitud. Estas oscilaciones de las latitudes geográficas se explican por el hecho de que el cuerpo de la Tierra se desplaza respecto al eje de rotación, y puesto que este desplazamiento no influye sobre el eje de rotación de la Tierra, la dirección del cual queda fijada en el espacio, diferentes puntos de la superficie terrestre coinciden en distintos momentos de tiempo con los polos de rotación. Como resultado, los polos de la Tierra "andan errando" por la superficie de ésta.

El polo norte de la Tierra, describiendo en la superficie terrestre una curva compleja, no sale de un cuadrado cuyo lado es aproximadamente de

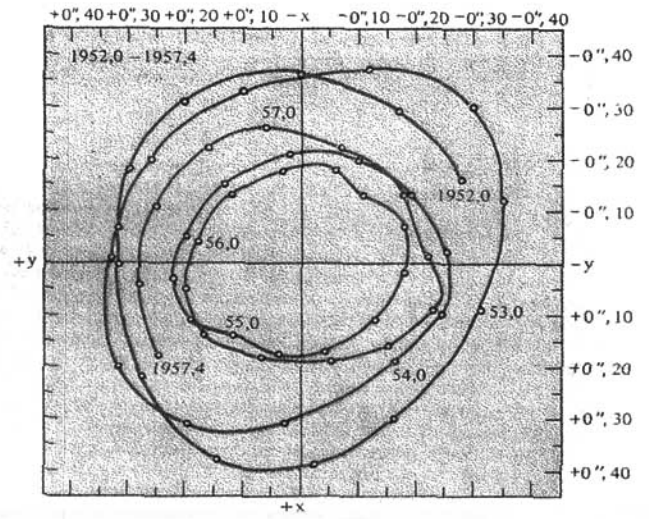


Fig. 54. Movimiento del Polo Norte de la Tierra por la superficie de ésta desde 1952 hasta 1957.

30 m. Con esto, si se mira al polo norte desde afuera, su movimiento tiene lugar en sentido contrahorario (fig. 54).

El movimiento de los polos de la Tierra, al igual que las oscilaciones de las latitudes geográficas, tiene carácter periódico. Los períodos fundamentales son el de 14 meses de Chandler y el de 12 meses, o anual. Este último período está evidentemente vinculado con los cambios estacionales en la distribución de las masas de aire, con el transporte de masas de agua en estado de nieve desde un hemisferio de la Tierra a otro, etc.

El período de Chandler es el período natural de las oscilaciones de la Tierra, que teóricamente fue pronosticado por Euler ya en el siglo XVIII. Si la Tierra fuese un cuerpo absolutamente sólido el período natural sería aproximadamente de 10 meses. Sin embargo, la Tierra es plástica y se somete a deformaciones elásticas, como resultado de lo cual el período natural aumenta hasta 14 meses.

El movimiento de los polos de la Tierra por la superficie de ésta fue descubierto a finales del siglo XIX. En 1898 se organizó el Servicio Internacional de Latitud (SIL), integrado por seis estaciones situadas en una misma latitud $\varphi = +39°08'$: en Italia, Rusia (en Chardzhou[1]), actualmente República Socialista Soviética de Turkmenia, Japón y tres en EE.UU. Ahora en el SIL el número de estaciones se ha elevado a 30, situadas en distintas latitudes geográficas.

De las observaciones sistemáticas de todas las estaciones del SIL, comenzando desde finales de 1899, se deducían y deducen las posiciones del polo norte en la superficie de la Tierra para cada décima parte de año.

§ 75. *Irregularidad de rotación de la Tierra. Tiempo de efemérides. Tiempo atómico*

El período de rotación de la Tierra alrededor de su eje es el intervalo de tiempo durante el cual la Tierra realiza una revolución completa respecto a cualquier dirección invariable. Dicho intervalo se aproxima a la duración del día sidéreo (véase el § 19), pero no es igual a éste, ya que la dirección hacia el punto del equinoccio de primavera (en el plano del ecuador celeste), debido a la precesión (véase el § 73), varía por año aproximadamente en 46″. En un día sidéreo la dirección hacia el punto del equinoccio de primavera varía en $0'',126 = 46'' : 366$. La Tierra gira en semejante ángulo durante el tiempo $0^s,008$ y, puesto que el punto del equinoccio de primavera se desplaza hacia el occidente, es decir, al encuentro de la rotación de la Tierra, el período de rotación de esta última supera el día sidéreo en $0^s,008$ y es igual a $23^h56^m04^s,098$ del tiempo solar medio.

Como resultado de numerosas investigaciones se estableció que la velocidad angular de rotación de la Tierra es variable, es decir, la rotación de la Tierra es irregular.

[1] La estación interrumpió su trabajo en 1919, y desde 1930 en lugar de ésta funciona una estación análoga en Kitabe (República Socialista Soviética de Uzbekia), en la misma latitud geográfica.

Las variaciones de la velocidad de rotación de la Tierra se dividen en tres tipos: *seculares*, *irregulares* (a saltos) *y periódicas*, o *estacionales*.

Como resultado de las variaciones seculares la duración de una revolución de la Tierra aumentó en los últimos 2000 años, por término medio, en $0^s,0023$ por siglo (según las observaciones en los últimos 250 años este aumento es menor: aproximadamente de $0^s,0014$ en 100 años). La disminución secular de la velocidad de rotación de la Tierra está provocada por la acción frenadora de las mareas lunares y solares de flujo (véase el § 55).

Las variaciones a saltos de la velocidad de rotación de la Tierra pueden aumentar o disminuir la duración del día en milésimas partes de segundo durante el transcurso de varios meses. La causa de estas variaciones todavía no ha sido establecida con seguridad.

Como resultado de las variaciones estacionales de la velocidad de rotación de la Tierra la duración del día en el transcurso del año puede diferenciarse de su duración media anual en $\pm 0^s,001$. Con esto, los días más cortos se dan en julio–agosto, y los más largos en marzo. La causa más probable de las variaciones periódicas de la velocidad son las redistribuciones estacionales de las masas aéreas y acuosas en la superficie de la Tierra. Estas variaciones de la velocidad de rotación de la Tierra fueron ya descubiertas experimentalmente en los años 40 de nuestro siglo, con ayuda de los relojes de cuarzo.

La no uniformidad de rotación de la Tierra de carácter secular e irregular se manifiesta en las divergencias entre las posiciones que se observan de la Luna y de los planetas próximos a la Tierra (Mercurio, Venus) y las posiciones calculadas (efemeridicas) de estos cuerpos. Ya a mediados del siglo XIX se descubrieron desviaciones entre el movimiento observado de la Luna y el movimiento calculado, que resultaban inexplicables por la teoría de la gravitación. Entonces ya se enunció el supuesto de que estas desviaciones son aparentes y pueden estar provocadas por la rotación irregular de la Tierra alrededor de su eje. Efectivamente, cuando frena la rotación de la Tierra nos parece que la Luna se mueve por su órbita a mayor velocidad, mientras que cuando la rotación se acelera parece que el movimiento de la Luna está retardado.

Esta interpretación se confirmó cuando en el siglo XX se descubrieron desviaciones en los movimientos de Mercurio y Venus, análogas a las desviaciones en el movimiento de la Luna, simultáneas con éstas y proporcionales a los movimientos medios de dichos planetas.

Como resultado de la rotación irregular de la Tierra los días medios resultan ser una magnitud inconstante. Por esto, en la astronomía, se utilizan dos sistemas de cálculo del tiempo: del tiempo no uniforme, que se obtiene de las observaciones y se determina por la rotación real de la Tierra, y del tiempo uniforme, que es el argumento durante el cálculo de las efemérides de los planetas y es establecido por el movimiento de la Luna y de los planetas. El tiempo uniforme se denomina *tiempo de Newton o de efemérides*.

A partir de 1960, en los almanaques astronómicos, las efemérides del Sol, de la Luna, de los planetas y de sus satélites se dan en el sistema del tiempo

efemerídico. Para calcular la posición de estos cuerpos celestes en el sistema del tiempo universal (irregular) se requiere conocer la diferencia ΔT entre el tiempo de efemérides TE y el universal T_0. El valor exacto de la diferencia ΔT solamente puede ser obtenido para momentos pasados de tiempo, mediante la comparación de las coordenadas observadas de la Luna con las calculadas. Por esto, en los almanaques astronómicos, se publica el valor extrapolado de ΔT para el año dado.

Aproximadamente en 1900 la diferencia ΔT era igual a cero. Pero, puesto que la velocidad de rotación de la Tierra en el siglo XX disminuyó en término medio, es decir, los días observados eran más largos que los uniformes (de efemérides) el tiempo de efemérides en 75 años "marchó" adelante respecto al tiempo universal en 46^s, y para 1982 se tomó $\Delta T = TE - T_0 = +52^s$.

Con motivo de la utilización en la astronomía y física del sistema de tiempo de efemérides se ha introducido una nueva determinación de la unidad derivada de tiempo: el segundo. Antes ésta se definía como 1/86 400 parte del día solar medio. En octubre de 1956 la oficina Internacional de Pesas y Medidas decretó: "el segundo es 1/31 556 925,9747 parte del año trópico", cuya duración en el sistema de tiempo de efemérides era en 1900 igual a 365,2421988 de los días solares medios. (El número $31\,556\,925{,}9747 = 365{,}2421988 \cdot 86\,400$ es el número de segundos en este año trópico). En esta definición el segundo obtuvo la denominación de *efemerídico*.

De este modo, la nueva definición del segundo tiene en cuenta la variabilidad del día solar medio.

La creación de patrones atómicos y moleculares de frecuencia (véase el § 100) permitió por primera vez obtener una escala de tiempo en su principio nueva, independiente de la rotación de la Tierra.

En 1967 se estableció el sistema de *tiempo atómico internacional* IAT, cuya unidad es el segundo atómico, definido como la duración de 9 192 631 770 oscilaciones de la radiación que corresponde a la frecuencia resonante de la transición entre dos niveles superfinos del estado fundamental del átomo de cesio-133.

El tiempo atómico internacional es calculado por la oficina Internacional del Tiempo, sobre la base de la comparación regular de los patrones atómicos de los distintos observatorios. Los resultados de varios años de investigaciones y comparaciones entre sí de los patrones atómicos demostraron que la escala de tiempo, presentada por éstos, es extraordinariamente estable y fácilmente reproducible: la duración del segundo atómico en los distintos observatorios se diferenciaba en no más de $1 \cdot 10^{-10}$.

El tiempo atómico no depende de las observaciones astronómicas y de los movimientos de los cuerpos celestes. Por esta causa, así como en virtud de la elevada exactitud de la reproducción de la escala regular del tiempo, este tiempo es la base para el estudio de la irregularidad periódica de la rotación de la Tierra alrededor de su eje.